

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CENTRO DEL PERÚ**



**FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA**

**PARÁMETROS DE SINTONÍA PID PARA CONTROLAR LA  
CONCENTRACIÓN EN LA COLUMNA DE DESTILACIÓN  
CONTINUA DEL LABORATORIO DE OPERACIONES Y  
PROCESOS UNITARIOS – FIQ**

**Tesis**

Para optar el Título Profesional de Ingeniera Química

**Presentado por:**

**Huallullo Uribe, Wendy Jamely**

**Tesis**

Para optar el Título Profesional de Ingeniero Químico Ambiental

**Ccorpa Daniel, José Leodan**

**HUANCAYO - PERÚ**

**2023**



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CENTRO DEL PERÚ**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA**

Ciudad Universitaria Km 5. Pabellón "C" ☎ 481164 Anexo: 3301-3302-3304  
web: <http://www.uncp.edu.pe/Facultades/Fiq/home.htm> mail: [quimica@uncp.edu.pe](mailto:quimica@uncp.edu.pe)



**INFORME N° 001-2023-ILOL-FIQ-UNCP**

**A** : Dra. JUANA MARÍA MENDOZA SÁNCHEZ  
Decana (e) de la Facultad de Ingeniería Química

**DE** : Dr. IVÁN LUIS OSORIO LÓPEZ  
Docente Asesor de Tesis – Facultad de Ingeniería Química – UNCP

**ASUNTO** : REPORTE DE SIMILITUD DE CONTENIDO (TURNITIN)

**FECHA** : Huancayo, 07 de enero de 2023

Mediante el presente me dirijo a usted para saludarle y a la vez hacer de su conocimiento, que después de haber procedido a la verificación de similitud con el TURNITIN en cumplimiento a la Ley Universitaria N° 30220, Estatuto de la UNCP, Reglamento de investigación y la Resolución N° 2064-CU-2017 del Código de Ética de Investigación de la UNCP, el resultado fue el siguiente:

| TÍTULO DE TESIS  | TESISTA  | RESULTADO DE SIMILITUD |
|--|--|------------------------|
| "PARÁMETROS DE SINTONÍA PID PARA CONTROLAR LA CONCENTRACIÓN EN LA COLUMNA DE DESTILACIÓN CONTINUA DEL LABORATORIO DE OPERACIONES Y PROCESOS UNITARIOS – FIQ" | <ul style="list-style-type: none"><li>• CCORPA DANIEL, JOSÉ LEODAN</li><li>• HUALLULLO URIBE, WENDY JAMELY</li></ul> | <b>25 %</b>            |

Lo cual se informa a usted para los fines correspondientes. En consecuencia, recomiendo que los (las) tesisas continúen con sus trámites correspondientes.

Agradeciendo su atención especial al presente me despido reiterándole mi estima personal.

Atentamente.,

**Dr. IVÁN L. OSORIO LÓPEZ**  
**DOCENTE - ASESOR**

# TESIS 2022

## INFORME DE ORIGINALIDAD

25%

INDICE DE SIMILITUD

23%

FUENTES DE INTERNET

0%

PUBLICACIONES

11%

TRABAJOS DEL  
ESTUDIANTE

## FUENTES PRIMARIAS

|   |  |    |
|---|--|----|
| 1 | <a href="http://recursosbiblio.url.edu.gt">recursosbiblio.url.edu.gt</a><br>Fuente de Internet | 7% |
| 2 | Submitted to Universidad Nacional del Centro del Peru<br>Trabajo del estudiante                | 4% |
| 3 | <a href="http://idoc.pub">idoc.pub</a><br>Fuente de Internet                                   | 3% |
| 4 | <a href="http://repositorio.uncp.edu.pe">repositorio.uncp.edu.pe</a><br>Fuente de Internet     | 2% |
| 5 | <a href="http://vsip.info">vsip.info</a><br>Fuente de Internet                                 | 1% |
| 6 | <a href="http://alicia.concytec.gob.pe">alicia.concytec.gob.pe</a><br>Fuente de Internet       | 1% |
| 7 | <a href="http://tesis.ipn.mx">tesis.ipn.mx</a><br>Fuente de Internet                           | 1% |
| 8 | Submitted to Universidad Privada Boliviana<br>Trabajo del estudiante                           | 1% |
| 9 | Submitted to CONACYT<br>Trabajo del estudiante   |    |

1 %

10

[www.inducontrol.com.pe](http://www.inducontrol.com.pe)

Fuente de Internet

1 %

11

[docplayer.es](http://docplayer.es)

Fuente de Internet

1 %

12

[www.scribd.com](http://www.scribd.com)

Fuente de Internet

<1 %

13

[repositorio.espe.edu.ec](http://repositorio.espe.edu.ec)

Fuente de Internet

<1 %

14

[uvadoc.uva.es](http://uvadoc.uva.es)

Fuente de Internet

<1 %

15

[www.dspace.espol.edu.ec](http://www.dspace.espol.edu.ec)

Fuente de Internet

<1 %

16

[dspace.unl.edu.ec](http://dspace.unl.edu.ec)

Fuente de Internet

<1 %

17

[www2.eie.ucr.ac.cr](http://www2.eie.ucr.ac.cr)

Fuente de Internet

<1 %

18

Simon Diaz, Jose Ricardo Perez-Correa, Mario Alberto Fernandez-Fernandez. "Automatic Control on Batch and Continuous Distillation Columns", IEEE Latin America Transactions, 2018

Publicación

<1 %

[repository.upb.edu.co](http://repository.upb.edu.co)

19

Fuente de Internet

<1 %

---

20

[www.slideshare.net](http://www.slideshare.net)

Fuente de Internet

<1 %

---

21

[www.eie.ucr.ac.cr](http://www.eie.ucr.ac.cr)

Fuente de Internet

<1 %

---

22

[repository.lasalle.edu.co](http://repository.lasalle.edu.co)

Fuente de Internet

<1 %

---

Excluir citas

Activo

Excluir coincidencias < 15 words

Excluir bibliografía

Activo

**TÍTULO**

**PARÁMETROS DE SINTONÍA PID PARA CONTROLAR LA  
CONCENTRACIÓN EN LA COLUMNA DE DESTILACIÓN  
CONTINUA DEL LABORATORIO DE OPERACIONES Y  
PROCESOS UNITARIOS – FIQ**

**NOMBRE DEL ASESOR**

Dr. Iván Luis Osorio López

## **DEDICATORIA**

*A mi familia por su apoyo incondicional, especialmente a mi madre Elizabeth Uribe, que con sus consejos y aliento me impulsa a seguir avanzando, a mi pareja Kuper y mi hija Luciana que son el motor y motivo de seguir adelante.*

*WENDY JAMELY HUALLULLO URIBE*

*A mi papá Amancio Cc. por apoyarme y darme consejos de aliento y poner su confianza hacia mi persona, a mi mamá Nancy D. por su apoyo incondicional, durante todo este proceso, por estar conmigo en todo momento, a mi novia Fiorella quien me apoyo y alentó cuando parecía que me iba a rendir, finalmente deseo dedicar esta tesis a todos mis compañeros, por extender su mano en momentos difíciles y por el amor brindado cada día, de verdad estoy muy agradecido.*

*JOSE LEODAN CCORPA DANIEL*



## **AGRADECIMIENTO**

Agradecimiento a nuestro asesor Dr. Iván Luis Osorio López por sus conocimientos brindados y compartidos, a la Facultad de Ingeniería Química por acogernos en sus aulas y poder haber sido partícipes de una linda etapa universitaria que siempre recordaremos.

## RESUMEN

La presente tesis tiene como objetivo controlar la temperatura en el tope y por inferencia la concentración del producto destilado del sistema etanol (1) – agua (2) en la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios (LOPU) de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Centro del Perú. Para cumplir con dicho objetivo se determinaron los parámetros de sintonía PID a partir de datos experimentales, luego fueron validados dichos parámetros mediante pruebas de control.

La unidad de destilación continua principalmente está compuesta por una columna de platos o bandejas de campanas de vidrio borosilicato, una caldera de fondo de la columna completa de resistencia eléctrica, un condensador, una bomba de alimentación y una bomba de vacío.

Para proceder con la determinación de los parámetros de sintonía PID, previamente se realizó un estudio sobre la dinámica de la planta piloto de destilación continua. El método de sintonía utilizado es el de Ziegler y Nichols de lazo abierto. Las variables que fueron utilizadas son; variable a controlar: temperatura en el tope (concentración del producto destilado) y variable a manipular: energía suministrada en el rehervidor o caldera.

Los resultados experimentales fueron reportados en forma numérica y gráficamente a partir de los cuales se determinaron los siguientes parámetros de sintonía PID:  $K_c = 1.23 \text{ kW}/^\circ\text{C}$ ,  $\tau_I = 20 \text{ s}$  y  $\tau_D = 10 \text{ s}$ . Con estos valores y haciendo las conversiones necesarias, se realizaron pruebas de control de la temperatura en el tope y por inferencia de la concentración del producto destilado obteniéndose un adecuado control para ambas variables ante cambios en los valores de referencia y ante perturbaciones generadas durante las pruebas.

## INTRODUCCIÓN

La separación de mezclas de fluidos constituye una de las principales tareas de la Ingeniería Química, donde la destilación continua probablemente es uno de los procesos más aplicados. El control de los procesos químicos y particularmente del proceso de destilación continua es necesario para asegurar la calidad del producto final y para tener una operación segura de la planta. Además, la dinámica no lineal de las variables involucradas en el proceso, los efectos termodinámicos de comportamiento no ideal, las incertidumbres que están asociadas y los retardos principalmente en las mediciones de las concentraciones hacen que el control de los procesos de destilación continua, sea un problema necesario e interesante que debe ser estudiado y resuelto. En el Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios se cuenta con una planta piloto de destilación continua que aún no ha sido identificada completamente y requiere que se determinen los parámetros de sintonía PID para controlar dicho proceso y obtener las temperaturas y concentraciones adecuadas del producto destilado. En este trabajo se propone utilizar como mezcla a separar el sistema binario etanol (1) – agua (2).

El trabajo de investigación consta de 3 capítulos, el primer capítulo corresponde a la revisión bibliográfica y todo el fundamento teórico, el segundo capítulo detalla la parte experimental y el tercer capítulo corresponde al tratamiento de los datos experimentales y resultados.

Finalmente se tienen las conclusiones del trabajo, las recomendaciones de la investigación, la bibliografía utilizada y los anexos.

## OBJETIVOS

### **Objetivo general:**

Controlar la temperatura en el tope de la columna y por inferencia la concentración del producto destilado del sistema etanol (1) – agua (2) en la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios.

### **Objetivos específicos:**

- Evaluar las características y condiciones iniciales de operación de la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios.
- Estudiar la dinámica de la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios.
- Determinar los parámetros de sintonía PID para controlar la temperatura en el tope y por inferencia la concentración del producto destilado en la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios.
- Validar los parámetros de sintonía PID mediante pruebas experimentales en la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios.

## ABREVIATURA UTILIZADA

|                    |   |
|--------------------|---|
| PLC                | : Controlador lógico programable  |
| PID                | : Proporcional, integral y derivativo                                   |
| $K_c$              | : Ganancia proporcional   |
| $\tau_I$           | : Constante o tiempo integral   |
| $\tau_D$           | : Constante o tiempo derivativo   |
| $K_u, P_u$         | : Ganancia última y periodo último respectivamente                      |
| $m(t)$             | : Señal de salida del controlador                                       |
| $m$                | : Bias  |
| $e(t)$             | : Error   |
| $Y_m$              | : Valor medido de la variable del proceso                               |
| $Y_r$              | : Valor deseado o de referencia (“setpoint”)                            |
| $K_p$              | : Ganancia estática del proceso   |
| $\tau_p$           | : Constante de tiempo del proceso                                       |
| $t_{mp}$           | : Tiempo muerto del proceso   |
| $R$                | : Relación de reflujo   |
| $L_0$              | : Reflujo   |
| $D$                | : Flujo del producto destilado  |
| $B$                | : Flujo del producto de fondo   |
| $F$                | : Flujo de alimentación   |
| $L$                | : Flujo de líquido  |
| $V$                | : Flujo de vapor  |
| $N$                | : Número de etapas de equilibrio  |
| $N_{min}, R_{min}$ | : Número de etapas y relación de reflujo mínimos respectivamente        |
| $x_D, x_B, z_F$    | : Concentraciones en el destilado, fondo y alimentación respectivamente |
| $q_c, q_R$         | : Energía en el condensador y rehervidor respectivamente                |

## ÍNDICE DE CONTENIDO

|   |      |
|---|------|
| DEDICATORIA   | iv   |
| AGRADECIMIENTO  | v    |
| RESUMEN   | vi   |
| INTRODUCCIÓN  | vii  |
| OBJETIVOS   | viii |
| ABREVIATURA UTILIZADA                                     | ix   |
| ÍNDICE DE CONTENIDO                                       | x    |
| ÍNDICE DE TABLAS  | xii  |
| ÍNDICE DE FIGURAS   | xiii |
| CAPÍTULO I  | 1    |
| 1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA                                 | 1    |
| 1.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN:                    | 1    |
| 1.2. MARCO TEÓRICO  | 8    |
| 1.2.1. Destilación  | 8    |
| 1.2.2. Destilación continua                               | 9    |
| 1.2.3. Control de procesos y acciones de control          | 10   |
| 1.2.4. Controlador proporcional integral derivativo (PID) | 13   |
| 1.2.5. Ajuste o sintonía de controladores                 | 14   |
| 1.3. MARCO CONCEPTUAL                                     | 17   |
| 1.3.1. Destilación  | 17   |
| 1.3.2. Control de procesos                                | 17   |
| 1.3.3. Parámetros de sintonía PID                         | 17   |
| 1.3.4. Lazos de control                                   | 17   |
| 1.3.5. Controlador lógico programable                     | 17   |
| CAPÍTULO II   | 18   |
| 2. PARTE EXPERIMENTAL                                     | 18   |

|  |    |
|--|----|
| 2.1. EQUIPO EXPERIMENTAL   | 18 |
| 2.2. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA PLANTA PILOTO DE DESTILACIÓN CONTINUA                             | 19 |
| 2.3. DESCRIPCIÓN DE LA PLANTA PILOTO DE DESTILACIÓN CONTINUA                                   | 21 |
| 2.3.1. Materiales  | 21 |
| 2.3.2. Reactivos   | 21 |
| 2.3.3. Equipos   | 22 |
| 2.4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL  | 22 |
| 2.5. SINTONIZACIÓN DEL CONTROLADOR   | 26 |
| CAPÍTULO III   | 29 |
| 3. TRATAMIENTO DE DATOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS  | 29 |
| 3.1. CARACTERÍSTICAS Y CONDICIONES DE OPERACIÓN INICIALES DE LA PLANTA DE DESTILACIÓN CONTINUA | 29 |
| 3.2. RESULTADOS DEL CONTROL DE LA TEMPERATURA EN EL TOPE DE LA COLUMNA DE DESTILACIÓN CONTINUA | 29 |
| 3.3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS   | 32 |
| CONCLUSIONES   | 34 |
| RECOMENDACIONES  | 35 |
| BIBLIOGRAFÍA   | 36 |
| ANEXOS   | 38 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|  |    |
|--|----|
| <b>Tabla 1.</b> Parámetros de ajuste (método de oscilación) .....          | 15 |
| <b>Tabla 2.</b> Parámetros de ajuste (método de la curva de reacción)..... | 16 |



## ÍNDICE DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 1.</b> Columna de destilación continua .....                                       | 10 |
| <b>Figura 2.</b> Respuesta de la planta con ganancia última.....                             | 14 |
| <b>Figura 3.</b> Curva de reacción del proceso .....   | 16 |
| <b>Figura 4.</b> Planta piloto de destilación continua .....                                 | 18 |
| <b>Figura 5.</b> Diagrama de flujo de la planta piloto de destilación continua .....         | 19 |
| <b>Figura 6.</b> Preparación de la muestra .....   | 22 |
| <b>Figura 7.</b> Medición de la concentración de la muestra.....                             | 22 |
| <b>Figura 8.</b> Temperatura (TI1 en °C) vs tiempo (t en s).....                             | 25 |
| <b>Figura 9.</b> Temperatura (TI2 en °C) vs tiempo (t en s).....                             | 25 |
| <b>Figura 10.</b> Temperatura (TI3 en °C) vs tiempo (t en s).....                            | 26 |
| <b>Figura 11.</b> Temperatura (TI4 en °C) vs tiempo (t en s).....                            | 26 |
| <b>Figura 12.</b> Temperatura (TI4 en °C) vs tiempo (t en s) ante una entrada tipo escalón.. | 27 |
| <b>Figura 13.</b> Concentración del producto destilado obtenido a TI4 de 72.8 °C .....       | 30 |
| <b>Figura 14.</b> Temperatura del tope de columna TI4 (°C) vs tiempo t (s) .....             | 31 |
| <b>Figura 15.</b> Temperatura del tope de columna TI4 (°C) vs tiempo t (s) .....             | 32 |

# CAPÍTULO I

## REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

### 1.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN:

Jiménez y colaboradores (2002), publicaron un artículo donde examinan los beneficios proporcionados a los estudiantes de pregrado por la operación dinámica de una planta piloto totalmente automatizada y describen un proceso de destilación en una columna que es totalmente controlable y operable desde una computadora remota a través de un PLC (Controlador Lógico Programable). El experimento fue diseñado para fomentar una comprensión profunda de los conceptos de control y ofrecer la oportunidad de tratar con dispositivos y problemas de control reales, donde los estudiantes deben identificar y establecer las configuraciones de control adecuadas, ajustar los parámetros de control y probar la capacidad de control para las alteraciones típicas del proceso. Encontraron que el enfoque práctico es una herramienta poderosa en la enseñanza de la operación y el control dinámicos, utilizado como una forma rápida y eficaz de introducir el "problema de control real" en el que se aprende a manejar tareas de identificación y diseño de control. En el experimento, los estudiantes tienen que seleccionar la topología de control (independiente o en cascada), seleccionar el algoritmo apropiado (P, PI o PID) y ajustar los parámetros (Ziegler-Nichols de lazo abierto o cerrado).

Mishra y colaboradores (2015), en su publicación propusieron un sistema de control inteligente que toma la forma de un controlador Fractional Order Fuzzy Proporcional – Integral – Derivativo (FOFPID) el cual se investiga como una solución para tratar con la compleja naturaleza dinámica de la columna de destilación. El controlador FOFPID que propusieron es una extensión de una estructura de controlador integral proporcional difuso autoajutable basada en una fórmula existente, que varía sus ganancias en tiempo de ejecución de acuerdo con el error instantáneo y la tasa de cambio de error. El controlador FOFPID es un controlador adaptativo difuso basado en el modelo Takagi-Sugeno (TS) que consta de operadores de integración y diferenciación de orden no entero utilizados

en el controlador. Observaron que la inclusión del orden no entero de los operadores de integración y diferenciación hizo que el esquema del controlador fuera más robusto. Realizaron estudios intensivos de simulación que incluyeron el seguimiento de los puntos de ajuste con y sin perturbaciones. Todas las investigaciones de simulación que realizaron sugirieron claramente que el controlador FOFPID proporcionó un rendimiento superior sobre el controlador FPID para cada caso de estudio.

Cuenca y colaboradores (2016), en su trabajo aplicaron diversas técnicas de control en una columna de destilación binaria cuya mezcla a separar es alcohol con agua. Estas técnicas son el controlador PID y el MPC (“Model Predictive Control”). Con la ayuda del software MATLAB® / Simulink realizaron simulaciones para comparar cuál de las dos técnicas proporcionaba mejores resultados al controlar las composiciones en las partes inferior y superior y la presión en la columna de destilación binaria. Finalmente, llegaron a las conclusiones que el control PID no permitió monitorear los parámetros, ya que el sistema se hizo inestable al realizar la autosintonía, en cambio, con el control basado en MPC lograron excelentes resultados permitiendo el control de las tres variables de salida.

Drevetskiy e Ivanchuk (2016), estudiaron el proceso de destilación en la producción de etanol. Desarrollaron un modelo matemático de determinación y regulación de relación de la columna de destilación y su impacto en la concentración y composición cuantitativa de las impurezas del producto saliente. Sugirieron un método de cálculo y diagrama esquemático de control y regulación automáticos de relación para mejorar la calidad del producto final y reducir los costos de energía. El modelado realizado del proceso de destilación permitió determinar la relación entre los principales parámetros tecnológicos, la lista de parámetros controlados y regulados y las influencias de control, formular requisitos para el sistema automatizado de control del proceso tecnológico. Concluyeron que con la implementación de los métodos propuestos de identificación, control y estabilización de parámetros tecnológicos básicos de las unidades de destilación se ayuda a minimizar los gastos energéticos. Por lo tanto, manteniendo una relación óptima se mejoran las características de calidad de la columna.

Díaz y colaboradores (2018), en el trabajo realizado, aplicaron varias estrategias de control, como IMC, control difuso y control con redes neuronales, para controlar una columna de destilación simulada para procesos discontinuos y continuos, y compararon su desempeño con un controlador tradicional PI. La variable a controlar fue la fracción molar del destilado utilizando como variable a manipular la relación de reflujo. Todas las estrategias de control se probaron con respecto a los cambios de punto de ajuste en dos escenarios: sin y con perturbaciones. La mejor estrategia de control fue la de redes neuronales, utilizando un controlador NARMA-L2 alcanzándose rápidamente el punto de ajuste con una acción de control suave.

Kumar y colaboradores (2020), en el artículo publicado, propusieron el control de la columna de destilación Wood-Berry utilizando el controlador PID de orden fraccional (FOPID), que se ajusta utilizando el algoritmo Big Bang - Big Crunch (BB-BC). Los resultados obtenidos al ajustar los parámetros del controlador FOPID fueron comparados con los resultados obtenidos después de ajustar los parámetros del controlador PID utilizando el algoritmo Big Bang - Big Crunch (BB-BC), el algoritmo Artificial Bee Colony (ABC) y el algoritmo Particle Swarm Optimización (PSO). En este trabajo llegan a la conclusión que el controlador FOPID aplicado a los sistemas proporciona un mejor resultado general en comparación con un controlador PID.

Castellanos y colaboradores (2005), abordan el problema de diseñar un controlador de temperatura lineal de dos puntos para la regulación de las composiciones de productos en columnas de destilación binaria. La combinación de los conceptos de control “feedforward”, “feedback” y modelo interno produce una metodología de diseño de control con (i) criterios para elegir la estructura de desacoplamiento (descentralizada y unidireccional o bidireccional) y la ubicación de las mediciones de temperatura, (ii) un sistema de control lineal que consta de un compensador de interacción estática y un par de controladores proporcionales-integrales desacoplados con ajuste de punto de ajuste basado en la temperatura de alimentación, (iii) una implementación que requiere las dependencias estáticas de las temperaturas de la bandeja medidas en la temperatura de alimentación, las pendientes de la operación líneas y los cocientes de gradiente de temperatura a retención en las bandejas de medición, y (iv) un esquema de sintonización de tipo

convencional que se asemeja a los empleados en los controladores y filtros lineales de primer orden. El controlador lineal recupera el comportamiento de un controlador no lineal basado en el balance de materiales. El diseño propuesto se aplica a dos ejemplos representativos a través de simulaciones, en presencia de dinámica de retención, termodinámica no ideal y errores del actuador, así como retrasos en la medición.

Hurowitz y colaboradores (2002), estudian la selección de configuración para tres tipos diferentes de columnas de destilación utilizando simulaciones detalladas no lineales de columnas plato a plato. Los resultados de las simulaciones de circuito cerrado ayudaron a resolver algunas aparentes discrepancias encontradas en la literatura con respecto a la selección de configuración para las columnas de destilación. En este trabajo, llegaron a la conclusión que el control de composición dual para el cual el rendimiento de control de ambos productos es igualmente importante, la mejor configuración generalmente no es obvia, lo que requiere estudios de simulación de ciclo cerrado utilizando modelos detallados de columna de bandeja a bandeja para identificar la mejor configuración. En general, para columnas con una relación de reflujo alta, se prefieren configuraciones distintas a la configuración (L, V), mientras que, para relaciones de reflujo bajas a moderadas, se demostró que las configuraciones de balance de energía funcionan mejor. Pero las variaciones en el desempeño del control entre estos grupos de configuraciones pueden ser significativas. Cuando uno de los productos es más importante que el otro producto, las pautas proporcionadas aquí se pueden usar para reducir significativamente la cantidad de configuraciones que se deben considerar. El control “feedforward” usando un analizador de composición de alimentación puede mejorar el rendimiento cuando la variable manipulada es L/D, D, V/D o B. Los desacopladores unidireccionales son beneficiosos cuando L y V son variables manipuladas para el lazo de control en cuestión. Los resultados obtenidos de los estudios de control para las tres columnas consideradas aquí fueron generalmente consistentes con estudios de simulación previos, estudios de laboratorio y experiencia industrial y ayudan a explicar las diferencias entre estos resultados que presentan una descripción más unificada de la selección de la configuración de destilación.

Skogestad (2003), en su publicación presenta reglas analíticas para la sintonía del controlador PID que sean simples y proporcionan como resultado un buen comportamiento en lazo cerrado. El punto de partida para su trabajo han sido las reglas de sintonización IMC-PID que han logrado una amplia aceptación industrial. La regla para el término integral se ha modificado para contrarrestar mejor a las perturbaciones para los procesos de integración. Además, en lugar de derivar reglas por separado para cada modelo de la función de transferencia, trabajó con una sola regla de ajuste para modelos de primer orden o segundo orden con tiempo de retardo. Además, presenta reglas analíticas simples para la reducción de modelos.

Lee y colaboradores (1990), mejoraron el método YS mediante la identificación de procesos con un modelo de segundo orden más tiempo muerto en condiciones de lazo cerrado. También emplearon un método de sintonización en el dominio de la frecuencia más elaborado. Para obtener un modelo de segundo orden más tiempo muerto, combinaron una expansión de la serie de Taylor del término de tiempo muerto con la técnica de comparación de datos. Para sintonizar el controlador PID, utilizaron un método en el dominio de la frecuencia basado en métodos tradicionales, lo que produce configuraciones de controlador muy superiores al método ZN o los métodos de primer orden.

Foley y colaboradores (2005), en su trabajo comparan el control de modelo interno de Skogestad (SIMC), la síntesis directa para el rechazo de perturbaciones (DS-d) y los algoritmos de ajuste de Wang-Shao (WS) con la técnica de PI mejorada de IMC implementada en sistemas de primer orden más tiempo muerto. El desarrollo de métodos basados en modelos para sintonizar controladores proporcional-integral (PI) y proporcional integral-derivativo (PID) es un tema de renovado interés de investigación. En los últimos años han aparecido varias técnicas destinadas a mejorar los enfoques estándar de "sintonización  $\lambda$ " o síntesis directa (DS). El objetivo principal de este trabajo fue evaluar el esfuerzo de control relativo y la robustez de estos controladores integrales proporcionales cuando se ajustan para el mismo nivel de rendimiento. Se proporcionaron recomendaciones para seleccionar el método de sintonización más apropiado para una aplicación determinada en función de la función principal del circuito de

retroalimentación (servo frente a regulador, etc.) y la relación constante de tiempo muerto a tiempo de la planta.

Foley y colaboradores (2008), aplicaron su metodología al análisis de estrategias de ajuste de PID basadas en modelos. Presentaron reglas de ajuste para procesos de primer orden más tiempo muerto y se evaluaron con respecto a su robustez, esfuerzo de control y rendimiento alcanzable. Los algoritmos son fáciles de implementar y poseen un solo parámetro de ajuste ( $\lambda$ ) que afecta la velocidad de respuesta de bucle cerrado.  $\lambda$  se puede ajustar para obtener un compromiso satisfactorio entre el rendimiento y el esfuerzo de control, o entre el rendimiento y alguna medida de estabilidad robusta. Es principalmente a través de la selección del método de sintonización que uno puede lograr un equilibrio entre robustez y esfuerzo de control.

Ribeiro y colaboradores (2017), tuvieron como objetivo identificar, controlar y auditar un sistema de tanque de nivel de una planta didáctica SMAR<sup>®</sup>. El control de nivel es uno de los procesos más utilizados en las industrias, sin embargo, puede presentar no linealidades, lo que puede dificultar el control. El controlador PID sigue siendo una topología de uso común debido a que no es necesario conocer la dinámica completa del sistema, solo el modelado que describe bien el comportamiento del sistema. En primer lugar, utilizaron técnicas de identificación del sistema para posteriormente realizar la sintonía de los controladores, acercándolo a una función de transferencia de primer orden más tiempo muerto (FODT). Para sintonizar los controladores PI/PID, utilizaron métodos de optimización. Más allá de los métodos de optimización, también se introdujeron técnicas de ajuste de controladores PI/PID analíticos/clásicos. Para comparar los resultados simulados y experimentales, utilizaron los índices de desempeño no intrusivos basados en errores integrales (IAE, ISE, ITAE e ITSE) para evaluar y elegir el mejor desempeño. Los resultados fueron interesantes, mostrando que la técnica de identificación clásica tuvo la mejor respuesta. Para la sintonía de los controladores PID, los algoritmos de optimización superaron el rendimiento de las técnicas analíticas/clásicas de sintonía.

Lolu (2018), en su trabajo proponen un método eficiente para ajustar los parámetros del controlador PID usando varias técnicas de ajuste. El control del

proceso es el principal problema que surge en la industria de procesos y, por lo tanto, es muy importante mantener el proceso funcionando de manera probable y segura en la industria, por cuestiones ambientales y por la calidad del producto que se procesa. El control PID es una de las estrategias de control que se ha utilizado con éxito durante muchos años. La simplicidad, la solidez, una amplia gama de aplicaciones y un rendimiento casi óptimo son algunas de las razones que han hecho que el control PID sea muy popular en los sectores académico e industrial. Recientemente, se ha notado que muchos controladores PID están mal ajustados y se han realizado algunos estudios para resolver sistemáticamente este problema. Esto implica, calcular la ganancia del controlador ( $K_p$ ), el tiempo integral ( $T_i$ ) y el tiempo derivativo ( $T_d$ ) para un sistema controlado por PID cuyo proceso se modela en forma de primer orden más retardo de tiempo (FOPTD). En este artículo se analiza y compara el rendimiento de las técnicas de ajuste de PID en función de las especificaciones de respuesta de tiempo.

Chen y colaborador (2002), proponen un método de diseño para controladores PID basado en el enfoque de síntesis directa y la especificación de la función de transferencia de lazo cerrado deseada para perturbaciones. Las expresiones analíticas para los controladores PID se derivan para varios tipos comunes de modelos de proceso, incluidos los modelos de primer y segundo orden más retardo de tiempo y un modelo integrador más retardo de tiempo. Aunque los controladores están diseñados para el rechazo de perturbaciones, las respuestas del punto de ajuste suelen ser satisfactorias y se pueden ajustar de forma independiente a través de un factor de ponderación del punto de ajuste. Nueve ejemplos de simulación demuestran que el método de diseño propuesto da como resultado un muy buen control para una amplia variedad de procesos, incluidos aquellos con características de fase integradora y/o no mínima. Las simulaciones muestran que el método de diseño propuesto proporciona un mejor rechazo de perturbaciones que los métodos estándar de síntesis directa y control de modelo interno cuando los controladores están ajustados para tener el mismo grado de robustez.



## 1.2. MARCO TEÓRICO

### 1.2.1. Destilación

La destilación separa los componentes de una mezcla líquida basándose en las diferencias de sus puntos de ebullición. Es el proceso básico para la industria de procesos químicos y usa la energía como agente de separación. El equilibrio líquido-vapor (ELV) es el tipo de equilibrio que interviene en las columnas de destilación y la presión de vapor es la diferencia de propiedad primaria que forma la base para la separación. Normalmente, la destilación puede diseñarse usando solamente propiedades físicas y datos de ELV (Moncada, 2015).

Algunos aspectos importantes a tener en cuenta en la destilación:

- La destilación es un proceso de separación tipo columna y sin tener en cuenta que sustancias se están separando, los principios básicos de diseño para la destilación siempre son similares.
- La asunción que las etapas en una columna de destilación están en equilibrio permite cálculos de concentraciones y temperaturas sin conocimiento detallado de modelos de flujo y calor, y velocidades de transferencia de masa.
- El rehervidor tipo calderín y el condensador parcial son etapas de equilibrio.
- En general, si no están involucrados ningún azeótropo o corrientes laterales, se pueden separar  $n$  productos con  $n-1$  columnas.
- Es necesario que las composiciones del vapor y composiciones de líquido sean diferentes a las condiciones de equilibrio ya que ninguna separación se producirá más allá de la condición azeotrópica.
- La destilación es diferente de la evaporación porque todos los componentes en la destilación son apreciablemente volátiles. En la evaporación, normalmente sólo un componente se vaporiza.
- Los productos necesitan ser térmicamente estables encima del rango de la temperatura de operación.
- No deben estar presentes componentes de naturaleza corrosiva.
- Además, ningún componente que reaccione exotérmicamente (es decir que exista generación de calor) debe estar presente. Estas reacciones pueden salir de control ("runaway") y formar condiciones de operación explosivas.

- La destilación es diferente de la absorción porque en la absorción se aprovecha las diferencias de solubilidad (absorción física) o las reacciones específicas (absorción química) (Moncada, 2015).

### 1.2.2. Destilación continua

Los procesos de separación alcanzan sus objetivos mediante la creación de dos o más zonas que coexisten y tienen diferencias de temperatura, presión, composición o fase. Cada especie molecular de la mezcla que se va a separar reaccionará de un modo único ante los ambientes presentes en esas zonas. En consecuencia, conforme el sistema se desplaza hacia el equilibrio, cada especie establecerá una concentración diferente en cada zona dando como resultado una separación entre las especies.

En una columna de destilación continua como la mostrada en la figura 1, las fases de vapor y líquido fluyen en contracorriente dentro de una zona de transferencia de masa. La columna es equipada con platos o empaques para maximizar el contacto entre las dos fases. Para mejorar la operación, algo de la corriente del tope es retornada como un reflujo líquido ( $L_0$ ). La relación o razón de reflujo ( $R$ ) es definida como la razón de reflujo líquido ( $L_0$ ) a producto del tope ( $D$ ) (Moncada, 2015).

$$R = \frac{L_0}{D} \quad (1.1)$$

Donde:  $R$  = relación o razón de reflujo (adimensional)

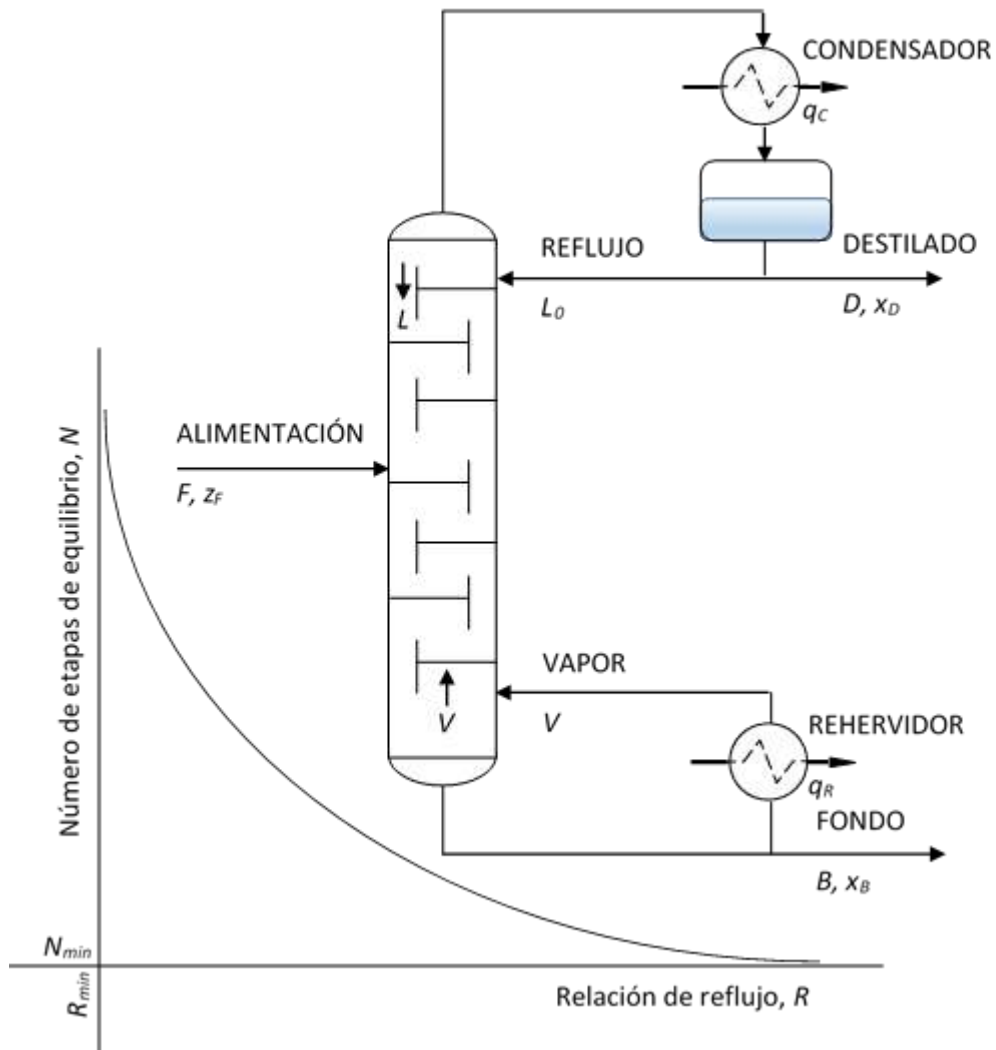
$L_0$  = líquido que retorna como reflujo a la columna de destilación (masa/tiempo)

$D$  = producto de tope (masa/tiempo)

La ventaja de la operación de la destilación es su simplicidad, el bajo capital de inversión que se requiere, y el bajo riesgo potencial. En efecto, la destilación es el proceso de separación de componentes térmicamente estables en sus puntos de ebullición con una volatilidad relativa mayor a 1 (Moncada, 2015).

**Figura 1.**

*Columna de destilación continua*



*Nota.* Número de etapas frente a la relación de reflujo. Elaboración propia.

### 1.2.3. Control de procesos y acciones de control

En todo proceso físico químico, existen distintos tipos de disturbios o perturbaciones que afectan las condiciones de operación y crean la necesidad de monitorear y controlar dicho proceso. En el caso particular del control de columnas de destilación continua, la selección de la configuración es un aspecto de vital importancia en el diseño del control. De hecho, un rendimiento deficiente del control puede resultar de la elección incorrecta de pares de variables manipuladas/controladas. Además, la selección de la configuración es importante incluso cuando se utilizan controladores multivariables.

Dos configuraciones clásicas consideran las siguientes variables:

Configuración 1:

Variable a controlar: temperatura en el tope

Variable a manipular: reflujo

Configuración 2:

Variable a controlar: temperatura en el fondo

Variable a manipular: flujo de vapor en el rehervidor

La teoría del control de procesos químicos, se encuentra difundida en muchos textos clásicos como en el de Ollero de Castro (1999), donde los algoritmos de control están basados en las siguientes acciones de control:

### **Acción proporcional**

El control proporcional modula al elemento final del control en forma continua entre los límites máximos y mínimo (on y off) y es la base de trabajo de la mayoría de los controladores actuales. Su nombre se deriva del hecho de que la salida del controlador es proporcional a la diferencia entre el set point y la variable medida, es decir, a la señal de error.

$$m(t) = \bar{m} + K_c e(t) \quad (1.2)$$

Donde:

$m(t)$  = salida del controlador

$\bar{m}$  = bias

$K_c$  = constante o ganancia proporcional del controlador

$e(t)$  = error =  $Y_r(t) - Y_m(t)$

$Y_r(t)$  = valor deseado o de referencia (“setpoint”)

$Y_m(t)$  = valor medido de la variable de proceso

El “offset” o error en estado estacionario es una característica indeseable inherente solo al control proporcional. Consiste en que la variable a controlar se estabiliza en un valor diferente al “setpoint”, ante alguna perturbación producida en el sistema (Ollero de Castro, 1999).

### **Acción integral**

Se define como la respuesta del controlador que es proporcional a la duración de la señal de error (desviación). Los controladores proporcionales siempre se

desvían del “setpoint” cuando están sujetos a cambios en las variables de entrada. Esto no es aceptable para la mayoría de los sistemas de control industrial y el modo integral (“reset”) es frecuentemente combinado con el control proporcional para eliminar el “offset”. La acción de control integral puede incluso ser combinada tanto con la proporcional como la derivativa (“rate”) para formar un controlador de tres acciones. El nombre de integrativo o integral se debe a su aproximada relación matemática con la señal de error.

$$m(t) = \bar{m} + \frac{1}{\tau_I} \int e(t)dt \quad (1.3)$$

Donde:

$m(t)$  = salida del controlador

$\bar{m}$  = bias

$\tau_I$  = constante o tiempo integral

$e(t)$  = error =  $Y_r(t) - Y_m(t)$

$Y_r(t)$  = valor deseado o de referencia (“setpoint”)

$Y_m(t)$  = valor medido de la variable de proceso

La señal de salida del controlador integral, cambia constantemente mientras existe una desviación. La razón del cambio, no sólo depende del error sino también de su duración. La acción integral se añade a la acción proporcional para eliminar al “offset” que se produce al corregir el tamaño del error sin considerar el tiempo; pero el tiempo de duración de la señal del error como su magnitud son ambos de igual importancia. En efecto, la acción integral monitorea el error promedio en un período de tiempo. Luego, en el caso de que exista un “offset”, la acción integral detectará el tiempo del error activando la acción proporcional, para corregir el error, o el desfase durante el tiempo necesario. En términos matemáticos, la acción integral calcula el área bajo la curva mostrando el error de sobretiempo. Durante este cálculo, requiere conocimientos de operaciones matemáticas, como la integración, para determinar si la acción proporcional se ve afectada o no. En términos no matemáticos, la acción integral comprueba el estado de trabajo de la acción proporcional. Si esta encuentra un “offset”, cambia, o reinicia la acción de control proporcional. Debido a su habilidad de hacer retornar un sistema a su

valor o punto de referencia, la acción integral es conocida también como una acción de “reset” o de reinicio (Ollero de Castro, 1999).

### **Acción derivativa**

Esta acción de control se define como la parte de la respuesta del controlador, proporcional a la razón de cambio de la entrada. Esta acción sólo se puede usar en combinación con el controlador proporcional formando un control de dos acciones o también con la acción integral formando un control de tres acciones. La acción derivativa o “rate”, frecuentemente es muy útil en sistemas con grandes cantidades de inercia o retardos como ocurre con la temperatura. Como la variación en la señal de salida de un controlador derivativo, depende de la razón de cambio de la señal del error que varía rápidamente, mientras que el error es aún pequeño, pareciera como que la acción derivativa se anticipa a los cambios; debido a esto, también se le conoce como acción anticipativa o simplemente de anticipo (Ollero de Castro, 1999).

$$m(t) = \bar{m} + \tau_D \frac{de(t)}{dt} \quad (1.4)$$

Donde:

$m(t)$  = salida del controlador

$\bar{m}$  = bias

$\tau_D$  = constante o tiempo derivativo

$e(t)$  = error =  $Y_r(t) - Y_m(t)$

$Y_r(t)$  = valor deseado o de referencia (“setpoint”)

$Y_m(t)$  = valor medido de la variable de proceso

### **1.2.4. Controlador proporcional integral derivativo (PID)**

Este tipo de control combinado reúne las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales. La ecuación de un controlador con estas tres acciones es (Ollero de Castro, 1999):

$$m(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt + \tau_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1.5)$$

### 1.2.5. Ajuste o sintonía de controladores

En esta sección, se trata dos métodos de ajuste de las ganancias de un controlador PID, el método de oscilación o método de respuesta en frecuencia y el método basado en la curva reacción o método de respuesta al escalón. El primero se basa en un lazo de control sólo con ganancia proporcional y de acuerdo a la ganancia utilizada para que el sistema empiece a oscilar y al periodo de esas oscilaciones, se pueden establecer los parámetros del controlador PID. El otro método está basado en ensayar al sistema a lazo abierto con un escalón unitario, se calculan algunos parámetros, como la máxima pendiente de la curva y el retardo y con ellos se establecen los parámetros del controlador PID. Estos métodos fueron propuestos por Ziegler y Nichols (Z-N) en 1942, quienes se basaron en la práctica para desarrollarlos (Ollero de Castro, 1999).

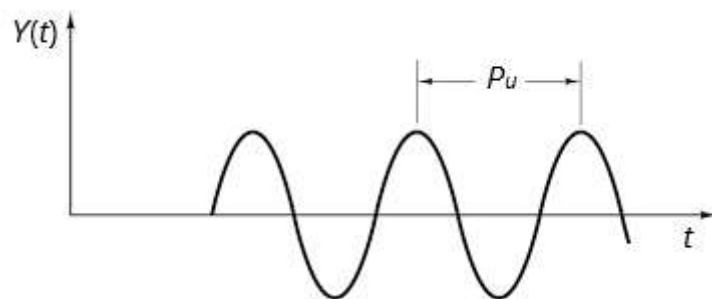
#### a) Método de oscilación

Se realiza de acuerdo al siguiente procedimiento:

1. Utilizando solo control proporcional, y estableciendo un valor de ganancia proporcional pequeño, incrementar la ganancia hasta conseguir una respuesta que presente una oscilación mantenida (Ollero de Castro, 1999).

#### Figura 2.

*Respuesta de la planta con ganancia última*



*Nota.* Elaboración propia.

2. Registrar la ganancia última del controlador  $K_c = K_u$  y el periodo último de la oscilación de la señal de salida del controlador,  $P_u$ .
3. Ajustar o sintonizar los parámetros del controlador de acuerdo a la Tabla 1.

**Tabla 1.***Parámetros de ajuste (método de oscilación)*

|     | $K_c$     | $\tau_I$  | $\tau_D$   |
|-----|-----------|-----------|------------|
| P   | $0.50K_u$ |           |            |
| PI  | $0.45K_u$ | $0.83P_u$ |            |
| PID | $0.60K_u$ | $0.50P_u$ | $0.125P_u$ |

*Nota.* Tomado de Ollero de Castro (1999).**b) Método basado en la curva de reacción**

La mayoría de las plantas químicas, se pueden aproximar satisfactoriamente por la siguiente función de transferencia:

$$G_p(s) = \frac{K_p e^{-st_{mp}}}{\tau_p s + 1}; \tau_p > 0 \quad (1.6)$$

Donde:

 $K_p$  = ganancia estática del proceso $\tau_p$  = constante de tiempo del proceso $t_{mp}$  = tiempo muerto del proceso

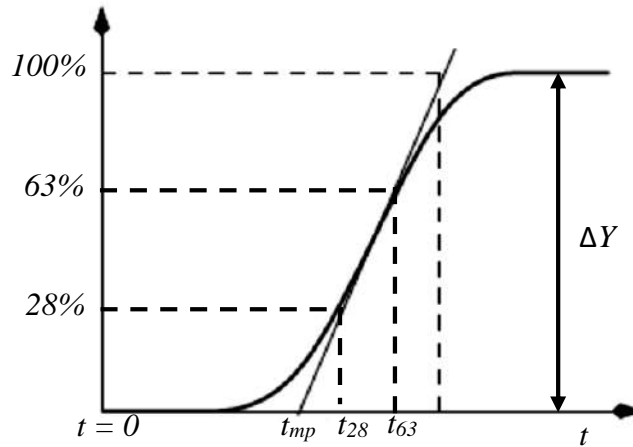
Una interpretación cuantitativa lineal de este modelo se puede obtener mediante un experimento realizado a lazo abierto, utilizando el siguiente procedimiento:

1. Con la planta química a lazo abierto, dejar a la planta que llegue a un punto de operación normal, es decir, hasta que alcance el estado estacionario.
2. En el instante inicial  $t = 0$  aplicar un cambio en escalón en la entrada  $\Delta u$  (se recomienda que debe ser en un rango de 10% al 20% del rango completo).
3. Registrar la salida hasta que alcance un nuevo estado estacionario en el nuevo punto de operación. Suponiendo que la curva que se obtiene es como la que se muestra en la Figura 3. Esta curva se llama curva de reacción del proceso (Ollero de Castro, 1999).



**Figura 3.**

*Curva de reacción del proceso*



*Nota.* Tomado de Ollero de Castro (1999).

Se calculan los parámetros del modelo de la siguiente forma:

$$K_p = \frac{\Delta Y}{\Delta u}; \quad \tau_p = t_{63} - t_{mp}; \quad \frac{\tau_p}{3} = t_{28} - t_{mp} \quad (1.7)$$

El modelo que se obtiene puede ser utilizado por varios métodos de sintonía de los controladores PID. Uno de ellos, el método tradicional fue propuesto por Ziegler y Nichols. El objetivo del diseño es conseguir un amortiguamiento tal que exista una relación de 4:1 entre el primer y segundo pico de la respuesta ante un cambio en escalón en la entrada. Los parámetros de sintonía se obtienen con las fórmulas que se muestran en la Tabla 2.

**Tabla 2.**

*Parámetros de ajuste (método de la curva de reacción)*

|     | $K_c$  | $\tau_I$     | $\tau_D$    |
|-----|--|--------------|-------------|
| P   | $\frac{1}{K_p} \left( \frac{\tau_p}{t_{mp}} \right)$   |              |             |
| PI  | $\frac{0.9}{K_p} \left( \frac{\tau_p}{t_{mp}} \right)$ | $3.33t_{mp}$ |             |
| PID | $\frac{1.2}{K_p} \left( \frac{\tau_p}{t_{mp}} \right)$ | $2t_{mp}$    | $0.5t_{mp}$ |

*Nota.* Tomado de Ollero de Castro (1999).

### **1.3. MARCO CONCEPTUAL**

#### **1.3.1. Destilación**

La destilación es el proceso de separar los componentes o sustancias de una mezcla líquida mediante el uso de la ebullición selectiva y la condensación gracias a las diferencias en la volatilidad de los componentes de la mezcla (Moncada, 2015).

#### **1.3.2. Control de procesos**

Término que hace referencia a la supervisión y verificación de variables inherentes en todo proceso para la reducción de la variabilidad en el producto final, disminución de costos, incremento de la eficiencia y reducción del impacto ambiental en una organización (Ollero de Castro, 1999).

#### **1.3.3. Parámetros de sintonía PID**

Parámetros (ganancia proporcional, tiempo integral y tiempo derivativo) que se proporcionan al controlador para implementar un control robusto en el proceso (Ollero de Castro, 1999).

#### **1.3.4. Lazos de control**

Los lazos de control son sistemas aplicados por ingenieros de control de procesos en diversas aplicaciones industriales para mantener las variables del proceso en los valores deseados o puntos de ajuste (Ollero de Castro, 1999).

#### **1.3.5. Controlador lógico programable**

Un controlador lógico programable, más conocido por sus siglas en inglés PLC (Programmable Logic Controller), es una computadora utilizada para la automatización y control de los procesos industriales (Ollero de Castro, 1999).

## CAPÍTULO II

### PARTE EXPERIMENTAL

#### 2.1. EQUIPO EXPERIMENTAL

El equipo utilizado es la planta piloto de destilación continua con que cuenta el Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios de la Facultad de Ingeniería Química.

#### Figura 4.

*Planta piloto de destilación continua*



*Nota.* Equipo del laboratorio. Fuente propia.



## Componentes del ciclo

- Una caldera de fondo, con capacidad de 3 L y de vidrio borosilicato.
- Una resistencia eléctrica con revestimiento de cuarzo,  $P = 1600 \text{ W}$ , sigla “J1”.
- Una columna de destilación de vidrio borosilicato, con 7 platos o bandejas de campanas, sigla “C1”.
- Una cabeza de reflujo y un condensador de tope de vidrio borosilicato, sigla “E1”.
- Una electroválvula de regulación de la relación de reflujo y la toma del destilado, sigla “EV1”.
- Un depósito de alimentación, con capacidad de 5 L y de vidrio borosilicato, sigla “D1”.
- Un depósito de recogida del destilado, con capacidad de 1 L y de vidrio borosilicato, sigla “D2”.
- Un depósito de recogida del producto de cola o fondo de la columna, con capacidad de 2 L y de vidrio borosilicato, sigla “D3”.
- Tres intercambiadores de calor “E2”, “E3” y “E4”, tipo tubo - tubo y de acero inoxidable AISI 304.
- Una bomba de alimentación, con cabezal en teflón, rango de caudal 0 - 8.5 L/h, sigla “G1”, regulable con señal de 4 - 20 mA.
- Una bomba de vacío de paletas rotatorias con lubricación por aceite, con caudal de 4 m<sup>3</sup>/h, sigla “G2”.
- Seis termorresistencias Pt 100 dobles, cubierta de acero inoxidable AISI 316.
- Seis indicadores electrónicos de temperatura, con rango de 0 - 199°C.
- Dos temporizadores para la regulación de la relación de reflujo y la toma de muestra del destilado.
- Una unidad thyristor de 15 A, para la regulación de la potencia de la resistencia eléctrica de la caldera.
- Un separador de gotas, de acero inoxidable AISI 304, sigla “S1”.
- Líneas de conexión y de válvulas de acero inoxidable AISI 316.
- Un vacuómetro, con rango entre 0 y -1 bar de acero inoxidable AISI 304, sigla “PI2”.
- Un medidor electrónico de caudal de área variable, rango de 20 - 250 L/h, señal de salida de 4 - 20 mA y de acero inoxidable AISI 304, sigla “FI1”.

- Una válvula neumática de regulación DN 1/4",  $C_v = 0.32$  y de acero inoxidable AISI 316 sigla "FV1".
- Una válvula neumática de regulación DN 1/4",  $C_v = 0.32$  y de acero inoxidable AISI 316, sigla "PV1".
- Dos convertidores electroneumáticos de 4 - 20 mA/0.2 - 1 bar.
- Un transmisor electrónico de presión residual, rango de 0 - 1000 mbar, señal de salida de 4 - 20 mA, sigla "PT1".
- Un indicador-controlador de microprocesador con dos lazos de regulación PID.
- Software de supervisión modelo "SW-UDCA/EV".

### **2.3. DESCRIPCIÓN DE LA PLANTA PILOTO DE DESTILACIÓN CONTINUA**

La planta piloto de destilación continua está compuesta principalmente por:

Una columna de destilación de vidrio borosilicato, DN50, con una altura  $h = 600$  mm y con 7 platos o bandejas de campanas.

Un hervidor de vidrio borosilicato con una capacidad de 3 L y que está provisto de una resistencia eléctrica de 1600 W de potencia.

Un condensador de vidrio borosilicato con cabeza de reflujo.

Un tanque de alimentación de vidrio borosilicato con una capacidad de 5 L.

Además, cuenta con todos los instrumentos de medición y control necesarios para el buen funcionamiento de la planta. Todos los valores, de la presión de operación de la columna, del perfil de temperatura y de los flujos son visualizados en los indicadores del panel. La planta piloto se comunica con el computador mediante el software de supervisión modelo "SW-UDCA/EV".

#### **2.3.1. Materiales**

- ✓ Recipiente de 10 L de capacidad
- ✓ Vasos de precipitados de 250 mL
- ✓ Probeta de 250 mL
- ✓ Guardapolvo
- ✓ Cámara fotográfica

#### **2.3.2. Reactivos**

- ✓ Agua destilada

✓ Alcohol etílico de 96°

### 2.3.3. Equipos

✓ Computador con el software de supervisión

## 2.4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

### A. Preparación de la muestra

Se prepararon 8 L de la mezcla etanol (1) – agua (2) al 30% tal como lo muestran las siguientes figuras:

**Figura 6.**

*Preparación de la muestra*



**Figura 7.**

*Medición de la concentración de la muestra*



## **B. Puesta a punto de la planta piloto de destilación continua**

- ❖ Se deben cerrar las válvulas “V2”, “V3”, “V6”, “V15”, “V9”, de acuerdo al diagrama de flujo.
- ❖ Luego, abrir las válvulas “V1”, “V5”, “V7”, “V8”, “V10”, “V11”, “V13”, “V14”, “V12”.
- ❖ Llenar el depósito “D1” con la mezcla binaria a separar etanol - agua.
- ❖ Seguidamente, conectar la instalación de la planta a la red eléctrica.
- ❖ Situar el conmutador “AUTO/MAN/PC” en posición “MAN”.
- ❖ Activar el interruptor “AUTO-DIFF”.
- ❖ Luego, presionar el pulsador “Start”.
- ❖ Seguidamente, conectar la descarga del agua a la red de desagüe.
- ❖ Conectar la instalación a la red hídrica y fijar el caudal en 150 L/h, manipulando la válvula “V6”.
- ❖ Poner en marcha la bomba dosificadora “G1”, situando el conmutador en la posición 1.
- ❖ Llenar la caldera hasta ahogar completamente la resistencia eléctrica.
- ❖ Detener la bomba “G1”.
- ❖ Situar el conmutador "regulación del calentamiento" en posición 0 y el conmutador "regulación de la relación de reflujo" en posición 0.

## **C. Puesta en marcha de la planta piloto de destilación continua**

- ❖ Situar el selector “regulación del calentamiento” en la posición 1.
- ❖ Girar el potenciómetro de la resistencia eléctrica en sentido dextrorso.
- ❖ Esperar a que la mezcla alcance la ebullición.
- ❖ Dejar la columna a reflujo total durante aproximadamente 5 minutos.
- ❖ Poner en marcha la bomba “G1”; para el funcionamiento de la bomba en manual (por ejemplo, si previamente estaba en automático), proceder de la siguiente manera:

Presionar el pulsador “P” (parte delantera de la bomba) durante unos 5 segundos, el led debe ponerse intermitente, con la flecha ↑ debe situarse en la posición “MANUAL”, confirmar con el pulsador “P”. Si aparece la inscripción “Stop” la bomba está parada. La bomba arranca si se presiona el pulsador “START”.
- ❖ Fijar la alimentación en un caudal de 1 L/h.



- ❖ Fijar el temporizador “START” en 2 segundos y el temporizador “STOP” en 10 segundos.
- ❖ Situar el conmutador “regulación del reflujo” en la posición 1.
- ❖ Para variar el caudal de alimentación, se debe aumentar o disminuir el número de los impulsos de la bomba “G1”.
- ❖ Para aumentar o disminuir la relación de reflujo, variar los tiempos de intervención de la válvula electromagnética “EV1” a través de los temporizadores.
- ❖ Los indicadores electrónicos muestran el perfil de las temperaturas a través de toda la columna y por consiguiente la concentración de los componentes.

#### **D. Parada de la planta piloto de destilación continua**

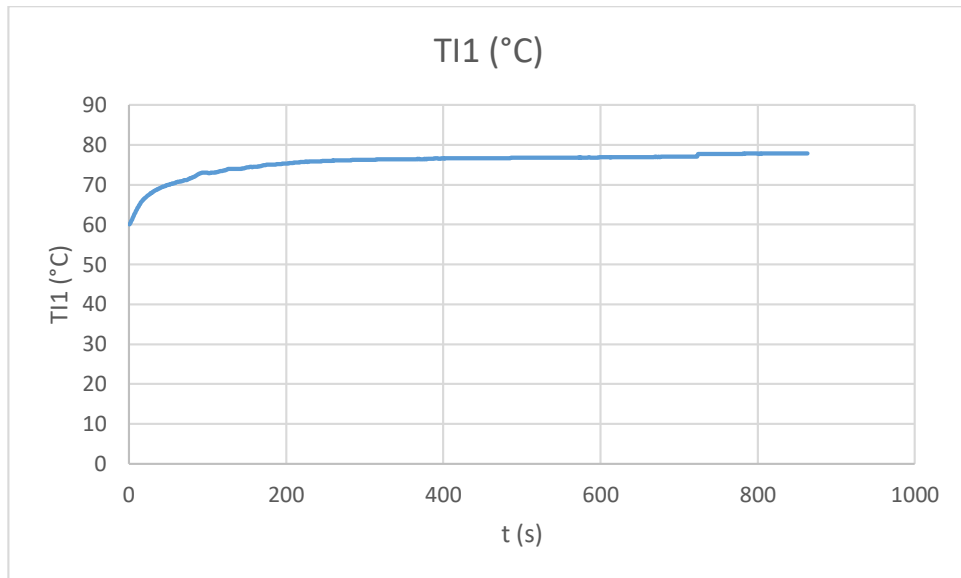
- ❖ Detener la bomba “G1”.
- ❖ Agotar toda la columna.
- ❖ Cuando en la cabeza de la columna se alcanza la máxima concentración del producto de cola, girar el potenciómetro "regulación del calentamiento" en sentido sinistrorso y situar el conmutador en la posición 0.
- ❖ Después de unos 2 - 3 minutos, cerrar la entrada de alimentación del agua al condensador de cabeza o tope (cerrar la válvula “V7”).
- ❖ Vaciar el depósito del destilado “D2” y el del producto de cola de la columna “D3”.

#### **E. Adquisición de datos**

Se realizaron muchas pruebas experimentales para la adquisición de datos de la evolución dinámica de las temperaturas a través de toda la columna. Parte de los resultados obtenidos se muestran en los anexos y en las siguientes figuras:

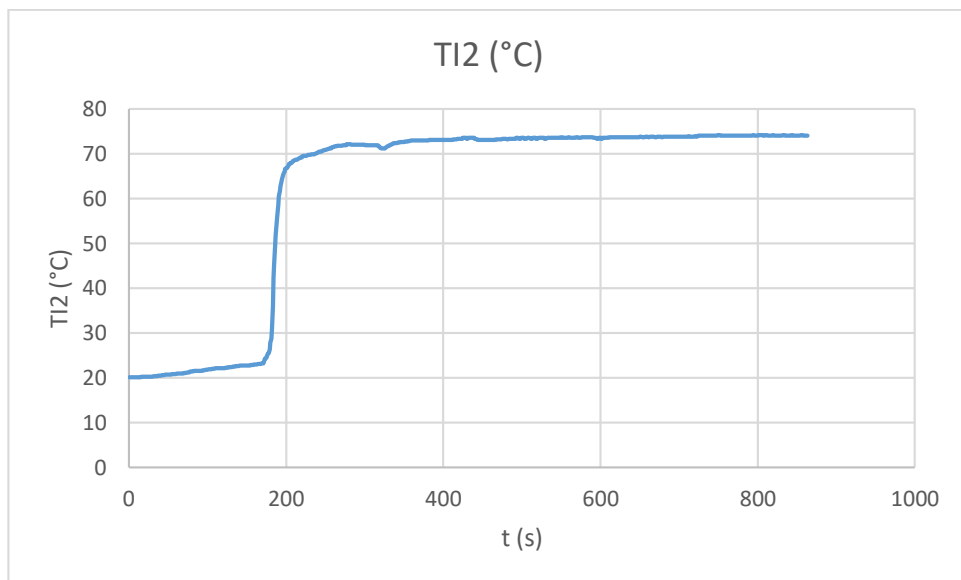
**Figura 8.**

*Temperatura (TI1 en °C) vs tiempo (t en s)*



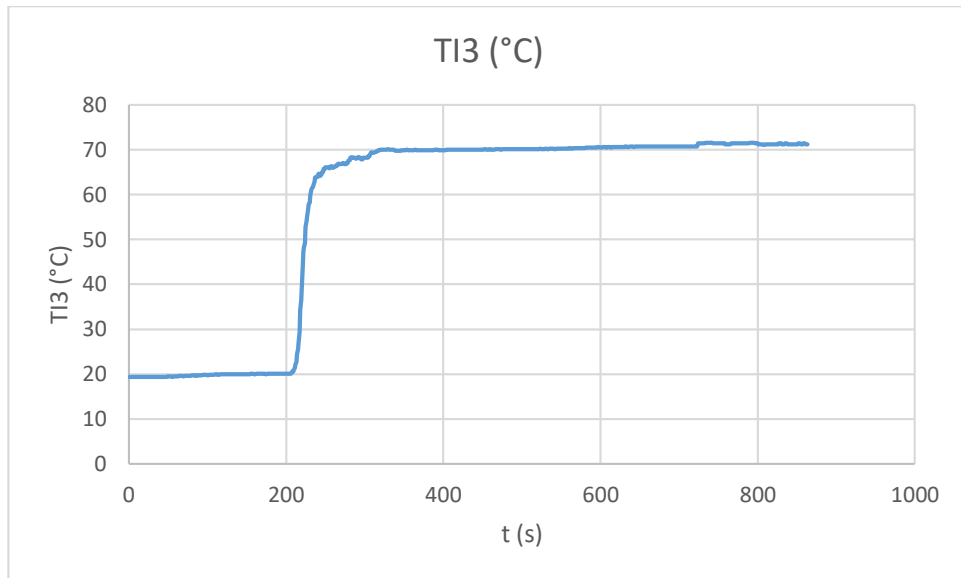
**Figura 9.**

*Temperatura (TI2 en °C) vs tiempo (t en s)*



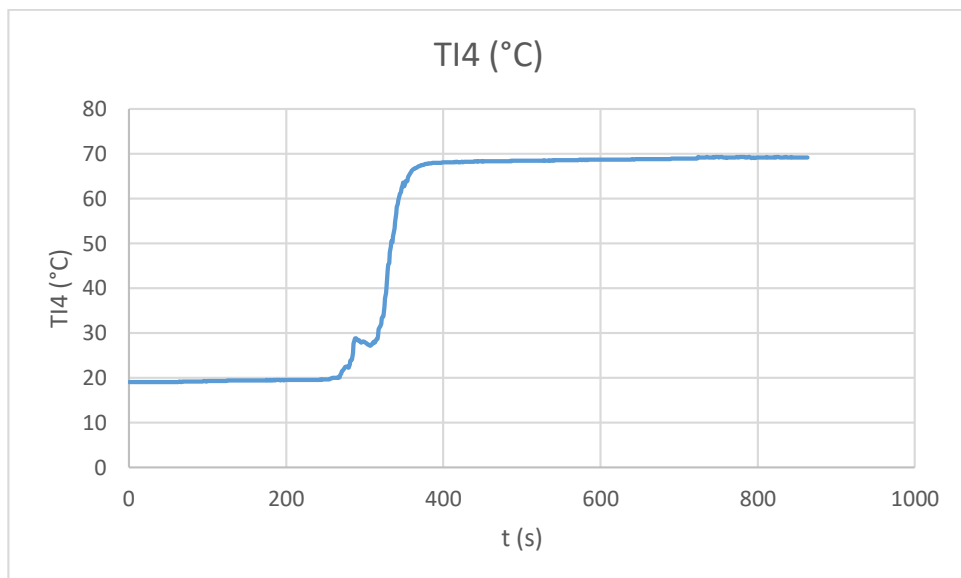
**Figura 10.**

*Temperatura (TI3 en °C) vs tiempo (t en s)*



**Figura 11.**

*Temperatura (TI4 en °C) vs tiempo (t en s)*



## 2.5. SINTONIZACIÓN DEL CONTROLADOR

Las variables utilizadas para implementar la estrategia de control son: variable a controlar (variable de salida): temperatura en el tope de la columna (concentración

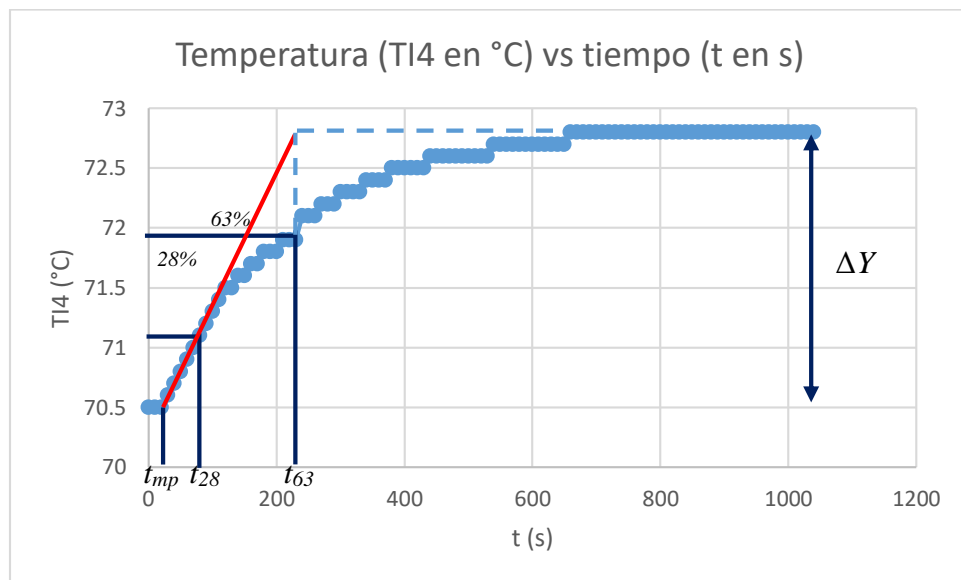
del producto destilado) y variable a manipular (variable de entrada): energía suministrada en el rehervidor.

Para sintonizar el controlador mediante el método de Ziegler - Nichols de lazo abierto se hicieron varias pruebas experimentales generando variaciones tipo escalón en la variable de entrada lo que permitió adquirir los datos de la respuesta dinámica del sistema hasta alcanzar el nuevo estado estacionario.

La respuesta dinámica utilizada para determinar los parámetros de sintonía PID mediante el método de la curva de reacción, fue aquella obtenida para un cambio en escalón ( $\Delta u$ ) en la energía suministrada en el rehervidor de 0.45 kW hasta 0.67 kW (variable de entrada) tal como se muestra en la siguiente figura, donde se observa como la temperatura en el tope de la columna (TI4 en °C) cambia desde 70.5°C hasta 72.8°C (variable de salida).

**Figura 12.**

*Temperatura (TI4 en °C) vs tiempo (t en s) ante una entrada tipo escalón*



En la figura, se determinan los tiempos  $t_{28}$  al 28% y  $t_{63}$  al 63% de la variación total de la variable de salida  $\Delta Y$  ( $\Delta T = 72.8^{\circ}\text{C} - 70.5^{\circ}\text{C} = 2.3^{\circ}\text{C}$ ) para un cambio en escalón en la variable de entrada  $\Delta u$  ( $\Delta u = 0.67 \text{ kW} - 0.45 \text{ kW} = 0.22 \text{ kW}$ ). Además, se determina el tiempo muerto del proceso  $t_{mp}$ . Los valores determinados son:  $t_{mp} = 20 \text{ s}$ ,  $t_{28} = 85 \text{ s}$ ,  $t_{63} = 235 \text{ s}$ . A partir de estos valores se

pueden determinar la constante de tiempo del proceso  $\tau_p = t_{63} - t_{mp} = 235 \text{ s} - 20 \text{ s} = 215 \text{ s}$  y la ganancia estática del proceso  $K_p = \Delta Y / \Delta u = 2.3^\circ\text{C} / 0.22 \text{ kW} = 10.5^\circ\text{C}/\text{kW}$ .

Luego, aplicando las fórmulas de la Tabla 2, para un controlador PID, se obtienen los siguientes parámetros de sintonía:

|     | $K_c$  | $\tau_I$  | $\tau_D$    |
|-----|--|-----------|-------------|
| PID | $\frac{1.2}{K_p} \left( \frac{\tau_p}{t_{mp}} \right)$ | $2t_{mp}$ | $0.5t_{mp}$ |

$$K_c = \frac{1.2}{K_p} \left( \frac{\tau_p}{t_{mp}} \right) = \frac{1.2}{10.5^\circ\text{C}/\text{kW}} \left( \frac{215 \text{ s}}{20 \text{ s}} \right) = 1.23 \text{ kW}/^\circ\text{C}$$

$$\tau_I = 2t_{mp} = 2(20 \text{ s}) = 40 \text{ s}$$

$$\tau_D = 0.5t_{mp} = 0.5(20 \text{ s}) = 10 \text{ s}$$

Los controladores proporcionales, integrales y derivativos (PID) son los controladores más utilizados en las industrias de procesos químicos debido a su simplicidad, robustez y aplicación práctica exitosa y por ello se han propuesto muchos métodos de ajuste para los controladores PID tal como el que se ha utilizado en este trabajo.

## CAPÍTULO III

### TRATAMIENTO DE DATOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo, se analizan los resultados de las pruebas experimentales que se realizaron para obtener los parámetros de sintonía y lograr que el proceso sea autónomo y se mantenga dentro del rango de operación de la columna que se desea.

#### 3.1. CARACTERÍSTICAS Y CONDICIONES DE OPERACIÓN INICIALES DE LA PLANTA DE DESTILACIÓN CONTINUA

Para controlar la columna de destilación continua se requiere conocer bien las características y las condiciones en las que opera este proceso, para ello es necesario realizar un diagnóstico y determinar cuáles son los factores que influyen en la sintonía del controlador PID y poder eliminarlos o minimizarlos.

En la unidad de destilación continua a escala piloto, en comparación con una columna de destilación continua real a escala industrial, los flujos o caudales son relativamente pequeños, lo cual hace que sea difícil medir el caudal del producto de cabeza o tope y el caudal de reflujo, por lo tanto, no se puede realizar el control de la concentración del producto destilado manipulando el reflujo, quedando descartada esta estrategia de control. Para aumentar o disminuir la relación de reflujo, se puede trabajar variando los tiempos de intervención de la válvula electromagnética EV1 a través de los temporizadores.

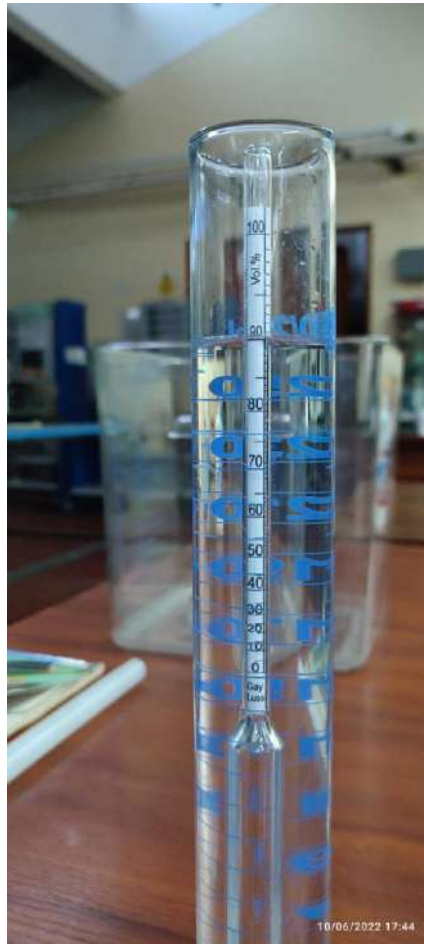
En todas las pruebas experimentales, se fijó el temporizador “START” en 2 segundos y el temporizador “STOP” en 10 segundos para la división en producto de cabeza y reflujo. Estos valores fueron determinados como los más adecuados mediante pruebas experimentales. La alimentación de la mezcla a separar etanol (1) – agua (2) fue de 1 L/h.

#### 3.2. RESULTADOS DEL CONTROL DE LA TEMPERATURA EN EL TOPE DE LA COLUMNA DE DESTILACIÓN CONTINUA

Para validar los parámetros de sintonía PID obtenidos, se realizaron pruebas de control utilizando como valor de referencia de la temperatura en el tope o destilado  $TI4 = 72.8$  °C. La elección de este valor de temperatura de referencia fue debido a que a esas condiciones la concentración en el destilado que se alcanzó fue de 90%, tal como se muestra en la siguiente figura. Se realizaron varias pruebas experimentales para conseguir las mejores condiciones de operación de la columna de destilación, siendo estos últimos valores los mejores en cuanto a temperatura y concentración.

### Figura 13.

*Concentración del producto destilado obtenido a TI4 de 72.8 °C*



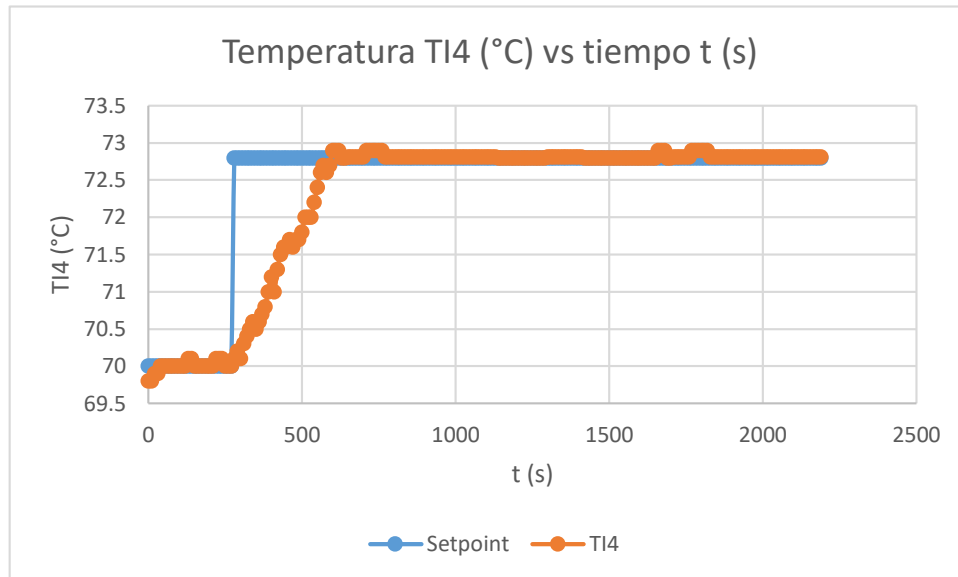
La figura 13 muestra el porcentaje de etanol obtenido de 90% cuando la temperatura en el tope TI4 (variable de salida) se mantuvo en 72.8 °C durante 30 minutos de operación en estado estacionario de la columna de destilación, tiempo en el cual la energía suministrada en el rehervidor se mantuvo en 0.67 kW (variable de entrada).

A continuación, se muestran los resultados del control de la temperatura en el tope y por inferencia de la concentración del producto destilado, utilizando como valor de referencia  $TI4 = 72.8\text{ °C}$ . Estos resultados de control fueron obtenidos con los parámetros de sintonía PID:  $K_c = 1.23\text{ kW}/\text{°C}$ ,  $\tau_I = 40\text{ s}$  y  $\tau_D = 10\text{ s}$ . El valor de  $K_c$  fue convertido de acuerdo al rango de la potencia de la resistencia eléctrica con revestimiento en cuarzo que se puede regular desde 0 kW hasta 1.6 kW (0 – 100%). En el caso de la temperatura, se cuenta con seis termorresistencias Pt 100 dobles con cubierta en acero inoxidable AISI 316 y seis

indicadores electrónicos de temperatura con un rango 0-199°C. Los transmisores tienen un rango de 4 – 20 mA.

**Figura 14.**

*Temperatura del tope de columna TI4 (°C) vs tiempo t (s)*



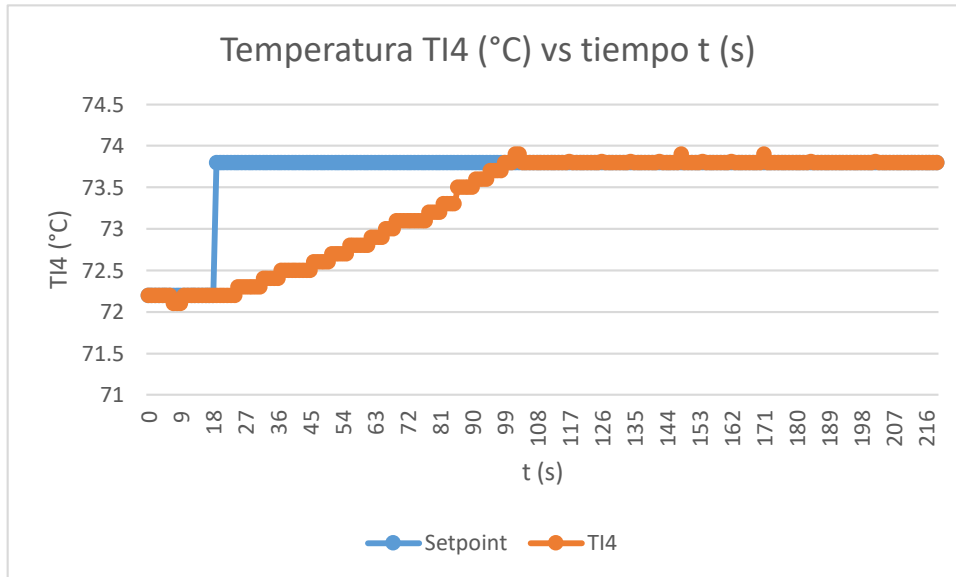
En la figura 14, se muestra el resultado del control de la temperatura en el tope de la columna TI4 (°C) en función del tiempo t (s) para un cambio en escalón en el valor de referencia (“setpoint”) de la temperatura desde 70 °C hasta 72.8 °C.

En otra prueba más, se cambió nuevamente el valor de referencia para ver la respuesta del controlador tal como se muestra en la siguiente figura.



**Figura 15.**

*Temperatura del tope de columna TI4 (°C) vs tiempo t (s)*



En la figura 15, se muestra el resultado del control de la temperatura en el tope de la columna TI4 (°C) en función del tiempo t (s) para un cambio en escalón en el valor de referencia (“setpoint”) de la temperatura desde 72.2 °C hasta 73.8 °C.

### 3.3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para evaluar la respuesta del controlador con los parámetros PID obtenidos en este trabajo, se realizaron varias pruebas experimentales haciendo cambios en escalón en el “setpoint” de la temperatura en el tope de la columna de destilación. Además, estas pruebas de control sirvieron para comprobar si la estrategia de control propuesta en este trabajo resultaba adecuada. En la figura 14, se pueden observar los resultados correspondientes a una prueba experimental. En ella, se observa que a los 270 s se realizó un cambio en escalón en la temperatura de referencia en el tope desde 70 °C hasta 72.8 °C. El controlador con los parámetros de sintonía PID determinados, resuelve el algoritmo de control manipulando la energía suministrada al rehervidor lográndose alcanzar el nuevo “setpoint” aproximadamente a los 600 s. Es necesario recordar, tal como se mencionó anteriormente, que controlando la temperatura en el tope de la columna en el valor de 72.8 °C se obtiene una concentración del 90% de etanol, lo cual fue comprobado

en todas las pruebas experimentales utilizando el alcoholímetro tal como se mostró en la figura 12. De acuerdo a la evolución dinámica de la variable a controlar, se puede mencionar que el sistema de control da una respuesta robusta ya que no presenta oscilaciones.

De igual manera, en la figura 15 se observan los resultados correspondientes a otra prueba experimental ante un cambio en escalón en la temperatura de referencia en el tope desde 72.2 °C hasta 73.8 °C. En esta figura, se observa que aproximadamente a los 100 segundos alcanza el nuevo valor de referencia y se mantiene en estado estacionario. Además, en este trabajo se encontró que el valor de referencia de la temperatura en el tope debe ser de 72.8 °C ya que se logra una concentración de etanol del 90%. En la última prueba, cuando el valor de referencia fue de 73.8 °C se alcanzó una concentración del 89%. Esto nos demuestra que, a mayor temperatura en el tope, disminuye la concentración.

En todas las pruebas experimentales realizadas, se obtuvieron resultados aceptables con lo cual se demuestra que los parámetros PID obtenidos fueron sintonizados adecuadamente.

## CONCLUSIONES

Se controló la temperatura en el tope y por inferencia la concentración del producto destilado del sistema etanol (1) – agua (2) en la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios manipulando la energía suministrada en el rehervidor ante diferentes valores de referencia y perturbaciones en las condiciones de operación de la columna.

Se evaluaron las características y condiciones iniciales de operación de la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios, encontrándose que, para controlar la temperatura en el tope de la columna la variable a manipular más adecuada sería el suministro de energía al rehervidor. Se fijó el temporizador “START” en 2 segundos y el temporizador “STOP” en 10 segundos para la división en producto de cabeza y reflujo y la alimentación de la mezcla a separar fue de 1 L/h.

Se estudió la dinámica de la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios para poder implementar adecuadamente la estrategia de control, resultando el valor de referencia de la temperatura en el tope de la columna de 72.8 °C, temperatura a la cual la concentración del etanol fue de 90%.

Se determinaron los parámetros de sintonía PID para controlar la temperatura en el tope y por inferencia la concentración del producto destilado en la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios. Los resultados fueron los siguientes: ganancia proporcional  $K_c = 1.23 \text{ kW}/^\circ\text{C}$ , constante o tiempo integral  $\tau_I = 20 \text{ s}$  y constante o tiempo derivativo  $\tau_D = 10 \text{ s}$ .

Se validaron los parámetros de sintonía PID mediante pruebas experimentales en la columna de destilación continua del Laboratorio de Operaciones y Procesos Unitarios. La validación fue realizada modificando el valor de referencia de la variable a controlar obteniéndose buenos resultados de control de la temperatura en el tope y por inferencia la concentración del producto destilado del sistema etanol (1) – agua (2).

## **RECOMENDACIONES**

Realizar otros estudios con diferentes sistemas o mezclas binarias, por ejemplo, metanol (1) – agua (2).

Realizar más estudios considerando otras estrategias de control para mejorar la concentración del producto destilado.

## BIBLIOGRAFÍA

- Castellanos, E., Álvarez, J., Álvarez, J. (2005). Two-Point Temperature Control Structure and Algorithm Design for Binary Distillation Columns. *Ind. Eng. Chem. Res.* 44, 142-152.
- Chen, D., Seborg, D. (2002). PI/PID Controller Design Based on Direct Synthesis and Disturbance Rejection. *Ind. Eng. Chem. Res.* 41, 4807–4822.
- Cuenca, A., Benavides, J., Pesantez, M. (2016). Comparison PID and MPC Control, applied to a binary distillation column. *International Journal of Engineering and Applied Sciences.* 3 (6), 70-74.
- Díaz, S., Pérez, J., Fernández, M. (2018). Automatic Control on Batch and Continuous Distillation Columns. *IEEE LATIN AMERICA TRANSACTIONS.* 16 (9), 2418-2426.
- Drevetskiy, V., Ivanchuk, V. (2016). COMPUTER MODELLING OF AUTOMATIC CONTROL PROCESS OF DISTILLATION COLUMN. *IAPGOŚ.* 47-50.
- Electronica Veneta. Manual PROFESOR/ALUMNO. UNIDAD DE DESTILACIÓN CONTINUA mod. UDCA/EV.
- Foley, M., Ramharack, N., Copeland, B. (2005). Comparison of PI Controller Tuning Methods. Accepted for publications in *Ind. Chem. Res.*
- Foley, M., Julien, R., Copeland, B. (2008). A Comparison of PID Controller Tuning Methods. *The Canadian Journal of Chemical Engineering.* 83 (4), 712-722.
- Hurowitz, S., Anderson, J., Duvall, M., Riggs, J. (2003). Distillation control configuration selection. *Journal of Process Control.* 13, 357–362.
- Jiménez, L., Mackie, A., Giralt, J. (2002). Operation and Control of a Distillation Column as a Tool to Teach the 'Real Problem'. *Int. J. Engng.* 18 (5), 597-606.
- Kumar, R., Anand, S., Khulbey, A., Jha, A. (2020). Design of Fractional Order Controller for Wood-Berry distillation column. *IEEE. ResearchGate.*
- Lee, J., Cho, W., Edgar, T. (1990). An Improved Technique for PID Controller Tuning from Closed-Loop Tests. *AIChE Journal.* 36 (12), 1891-1895.
- Lolu, S., Lolü, G. (2018). COMPARISON OF PID TUNING METHODS FOR FIRST ORDER PLUS TIME-DELAY SYSTEM. *International Journal of Advanced Research in Science and Engineering.* 07 (01), 36-47.
- Mishra, P., Kumar, V., Rana, K. (2015). A fractional order fuzzy PID controller for binary distillation column control. *Expert Systems with Applications.* Manuscrito aceptado.

- Ollero de Castro, P., Fernández Camacho, E. (1999). Control e instrumentación de procesos químicos. Editorial Síntesis.
- Skogestad, S. (2003). Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control* 13, 291–309.
- Ribeiro, J., Santos, M., Carmo, M., Silva, M. (20017). Comparison of PID Controller Tuning Methods: Analytical/Classical Techniques versus Optimization Algorithms. *IEEE*. 533-538.
- Moncada, L. (2015). Diseño de Plantas de Procesos Químicos. Destilación. Trujillo Perú.

## ANEXOS

### Anexo A. Preparación de la mezcla binaria etanol (1) – agua (2)

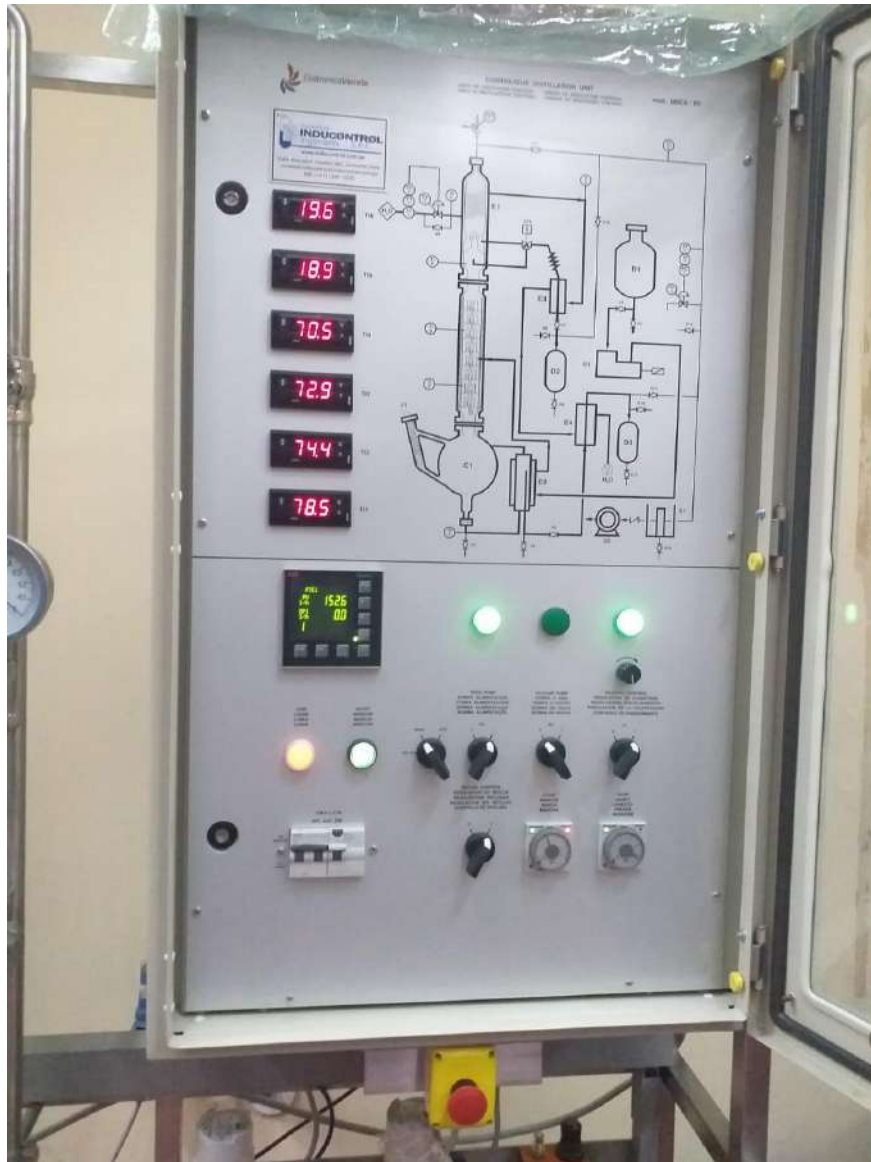


Anexo B. Columna de destilación continua





Anexo C. Panel de control (valores al inicio)



Anexo D. Panel de control (valores en estado estacionario al final)



Anexo E. Parte de los resultados experimentales

| TI1        | TI2        | TI3        | TI4        |
|------------|------------|------------|------------|
| 60.0999985 | 20.1000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 60.5       | 20.1000004 | 19.3999996 | 19         |
| 60.9000015 | 20.1000004 | 19.3999996 | 19         |
| 61.2999992 | 20.1000004 | 19.3999996 | 19         |
| 61.7000008 | 20.1000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 62.2000008 | 20.1000004 | 19.3999996 | 19         |
| 62.5999985 | 20.1000004 | 19.3999996 | 19         |
| 63         | 20.1000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 63.4000015 | 20.1000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 63.7999992 | 20.1000004 | 19.2999992 | 19.1000004 |
| 64.1999969 | 20.1000004 | 19.2999992 | 19.1000004 |
| 64.5       | 20.1000004 | 19.3999996 | 19         |
| 64.8000031 | 20.1000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 65.1999969 | 20.1000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 65.5       | 20.1000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 65.6999969 | 20.2000008 | 19.3999996 | 19         |
| 65.9000015 | 20.2000008 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 66.1999969 | 20.2000008 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 66.4000015 | 20.2000008 | 19.3999996 | 19         |
| 66.5999985 | 20.2000008 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 66.6999969 | 20.2000008 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 66.9000015 | 20.2000008 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 67.0999985 | 20.2000008 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 67.3000031 | 20.2999992 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 67.4000015 | 20.2999992 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 67.5999985 | 20.2999992 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 67.6999969 | 20.2999992 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 67.9000015 | 20.2999992 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 68         | 20.2999992 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 68.0999985 | 20.2999992 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 68.3000031 | 20.3999996 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 68.4000015 | 20.3999996 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 68.5       | 20.3999996 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 68.5999985 | 20.3999996 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 68.6999969 | 20.3999996 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 68.8000031 | 20.3999996 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 68.9000015 | 20.5       | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69         | 20.5       | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69.0999985 | 20.5       | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69.1999969 | 20.5       | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69.3000031 | 20.5       | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69.4000015 | 20.6000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69.5       | 20.6000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69.5999985 | 20.6000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 69.5999985 | 20.6000004 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69.6999969 | 20.7000008 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69.8000031 | 20.7000008 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69.8000031 | 20.7000008 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 69.9000015 | 20.7000008 | 19.5       | 19.1000004 |
| 69.9000015 | 20.7000008 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70         | 20.7000008 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.0999985 | 20.7000008 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.0999985 | 20.7000008 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.1999969 | 20.7000008 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.1999969 | 20.7999992 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 70.3000031 | 20.7999992 | 19.3999996 | 19.1000004 |
| 70.4000015 | 20.7999992 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.4000015 | 20.7999992 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.5       | 20.7999992 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.5999985 | 20.7999992 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.5999985 | 20.8999996 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.6999969 | 20.8999996 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.6999969 | 20.8999996 | 19.5       | 19.1000004 |
| 70.8000031 | 20.8999996 | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 70.8000031 | 21         | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 70.9000015 | 21         | 19.6000004 | 19.1000004 |
| 70.9000015 | 21         | 19.6000004 | 19.1000004 |
| 70.9000015 | 21         | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 71         | 21         | 19.5       | 19.2000008 |
| 71.0999985 | 21.1000004 | 19.5       | 19.2000008 |
| 71.0999985 | 21.1000004 | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 71.1999969 | 21.1000004 | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 71.1999969 | 21.1000004 | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 71.1999969 | 21.2000008 | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 71.3000031 | 21.2000008 | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 71.4000015 | 21.2000008 | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 71.5       | 21.2000008 | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 71.5999985 | 21.3999996 | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 71.6999969 | 21.3999996 | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 71.6999969 | 21.3999996 | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 71.8000031 | 21.3999996 | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 71.9000015 | 21.3999996 | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 72         | 21.5       | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 72.0999985 | 21.5       | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 72.1999969 | 21.5       | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 72.4000015 | 21.5       | 19.6000004 | 19.2000008 |
| 72.5       | 21.5       | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 72.5999985 | 21.5       | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 72.6999969 | 21.5       | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 72.8000031 | 21.5       | 19.7000008 | 19.2000008 |

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 72.9000015 | 21.6000004 | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 72.9000015 | 21.6000004 | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 73         | 21.6000004 | 19.7000008 | 19.2000008 |
| 73         | 21.7000008 | 19.7999992 | 19.2000008 |
| 73         | 21.7000008 | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73         | 21.7000008 | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73         | 21.7999992 | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73         | 21.7999992 | 19.7999992 | 19.2000008 |
| 73         | 21.7999992 | 19.7999992 | 19.2000008 |
| 73         | 21.7999992 | 19.7000008 | 19.2999992 |
| 72.9000015 | 21.8999996 | 19.7000008 | 19.2999992 |
| 72.9000015 | 21.8999996 | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 72.9000015 | 21.8999996 | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73         | 21.8999996 | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73         | 21.8999996 | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73         | 22         | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73         | 22         | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73         | 22         | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73         | 22         | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73         | 22.1000004 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.0999985 | 22.1000004 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.1999969 | 22.1000004 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.1999969 | 22.1000004 | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73.3000031 | 22.2000008 | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73.3000031 | 22.2000008 | 19.7999992 | 19.2999992 |
| 73.4000015 | 22.2000008 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.4000015 | 22.2000008 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.4000015 | 22.2000008 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.4000015 | 22.2000008 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.5       | 22.2000008 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.5       | 22.2000008 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.5999985 | 22.2000008 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.6999969 | 22.2999992 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.6999969 | 22.2999992 | 19.8999996 | 19.2999992 |
| 73.8000031 | 22.2999992 | 19.8999996 | 19.3999996 |
| 73.9000015 | 22.2999992 | 19.8999996 | 19.3999996 |
| 74         | 22.3999996 | 19.8999996 | 19.3999996 |
| 74         | 22.3999996 | 19.8999996 | 19.3999996 |
| 73.9000015 | 22.3999996 | 19.8999996 | 19.3999996 |
| 73.9000015 | 22.3999996 | 19.8999996 | 19.3999996 |
| 73.9000015 | 22.3999996 | 20         | 19.3999996 |
| 73.9000015 | 22.5       | 20         | 19.3999996 |
| 73.9000015 | 22.5       | 20         | 19.3999996 |
| 73.9000015 | 22.5       | 20         | 19.3999996 |
| 73.9000015 | 22.5       | 20         | 19.3999996 |
| 74         | 22.6000004 | 19.8999996 | 19.3999996 |

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 73.9000015 | 22.6000004 | 19.8999996 | 19.3999996 |
| 74         | 22.6000004 | 20         | 19.3999996 |
| 74         | 22.6000004 | 20         | 19.3999996 |
| 74         | 22.6000004 | 20         | 19.3999996 |
| 74         | 22.7000008 | 20         | 19.3999996 |
| 74         | 22.7000008 | 20         | 19.3999996 |
| 74         | 22.7000008 | 20         | 19.3999996 |
| 74.0999985 | 22.7000008 | 20         | 19.3999996 |
| 74.0999985 | 22.7000008 | 20         | 19.3999996 |
| 74.0999985 | 22.7999992 | 20         | 19.3999996 |
| 74.0999985 | 22.7999992 | 20         | 19.3999996 |
| 74.1999969 | 22.7999992 | 20         | 19.3999996 |
| 74.1999969 | 22.7999992 | 20         | 19.3999996 |
| 74.3000031 | 22.7999992 | 20         | 19.3999996 |
| 74.3000031 | 22.7999992 | 20         | 19.3999996 |
| 74.3000031 | 22.7999992 | 20         | 19.3999996 |
| 74.4000015 | 22.7999992 | 20         | 19.3999996 |
| 74.5       | 22.7999992 | 20         | 19.3999996 |
| 74.5       | 22.8999996 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.5       | 22.8999996 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.4000015 | 22.8999996 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.5       | 22.8999996 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.5       | 23         | 20         | 19.3999996 |
| 74.5       | 23         | 20         | 19.3999996 |
| 74.5       | 23         | 20         | 19.3999996 |
| 74.5       | 23         | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.5       | 23         | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.5       | 23.1000004 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.5999985 | 23.1000004 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.5999985 | 23.1000004 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.6999969 | 23.1000004 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.6999969 | 23.1000004 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.8000031 | 23.2000008 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.8000031 | 23.2000008 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.9000015 | 23.2000008 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.9000015 | 23.6000004 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.9000015 | 24.2999992 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 74.9000015 | 24.2999992 | 20         | 19.3999996 |
| 75         | 24.5       | 20         | 19.5       |
| 75         | 25         | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 75         | 25.5       | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 75         | 25.5       | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 75.0999985 | 26.2999992 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 75.0999985 | 27.7999992 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.0999985 | 28.7000008 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 75.0999985 | 30.6000004 | 20.1000004 | 19.3999996 |

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 75.0999985 | 36.0999985 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 75.0999985 | 42.2000008 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.0999985 | 45         | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.0999985 | 49.4000015 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 75.0999985 | 51.7999992 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.1999969 | 54.5999985 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.1999969 | 56         | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.1999969 | 58.5       | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.1999969 | 60.5999985 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.1999969 | 61.5999985 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.1999969 | 62.7000008 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 75.1999969 | 63.7999992 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.3000031 | 64.4000015 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.3000031 | 65.1999969 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.3000031 | 65.5999985 | 20.1000004 | 19.3999996 |
| 75.3000031 | 66.0999985 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.3000031 | 66.5999985 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.3000031 | 66.8000031 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.3000031 | 66.8000031 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.3000031 | 67.0999985 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.3000031 | 67.4000015 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.4000015 | 67.6999969 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.4000015 | 67.6999969 | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.4000015 | 68         | 20.1000004 | 19.5       |
| 75.4000015 | 68         | 20.2000008 | 19.5       |
| 75.4000015 | 68.0999985 | 20.6000004 | 19.5       |
| 75.5       | 68.4000015 | 20.6000004 | 19.5       |
| 75.5999985 | 68.4000015 | 20.8999996 | 19.5       |
| 75.5999985 | 68.5       | 21.3999996 | 19.5       |
| 75.5999985 | 68.5999985 | 22.1000004 | 19.5       |
| 75.5999985 | 68.5999985 | 22.7000008 | 19.5       |
| 75.5999985 | 68.6999969 | 24.2999992 | 19.5       |
| 75.5999985 | 68.8000031 | 25.5       | 19.5       |
| 75.5999985 | 68.9000015 | 27         | 19.5       |
| 75.5999985 | 69         | 29.5       | 19.5       |
| 75.6999969 | 69.0999985 | 34.2000008 | 19.5       |
| 75.6999969 | 69.0999985 | 36.5       | 19.5       |
| 75.6999969 | 69.0999985 | 39.2000008 | 19.5       |
| 75.6999969 | 69.5       | 44.2999992 | 19.5       |
| 75.6999969 | 69.5       | 47.2999992 | 19.5       |
| 75.6999969 | 69.5       | 48.2999992 | 19.5       |
| 75.6999969 | 69.5       | 49.2000008 | 19.5       |
| 75.8000031 | 69.5       | 52.7999992 | 19.5       |
| 75.8000031 | 69.5       | 54.0999985 | 19.5       |
| 75.6999969 | 69.5999985 | 55.2000008 | 19.5       |
| 75.6999969 | 69.6999969 | 56.7999992 | 19.5       |

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 75.8000031 | 69.6999969 | 57.9000015 | 19.5       |
| 75.8000031 | 69.6999969 | 58.2999992 | 19.5       |
| 75.8000031 | 69.6999969 | 59.9000015 | 19.5       |
| 75.8000031 | 69.8000031 | 61.0999985 | 19.5       |
| 75.8000031 | 69.8000031 | 61.5       | 19.5       |
| 75.8000031 | 69.8000031 | 61.7000008 | 19.5       |
| 75.8000031 | 69.8000031 | 62.2000008 | 19.5       |
| 75.8000031 | 69.9000015 | 62.9000015 | 19.5       |
| 75.8000031 | 70         | 63.7999992 | 19.5       |
| 75.8000031 | 70.0999985 | 64         | 19.5       |
| 75.8000031 | 70.0999985 | 64         | 19.5       |
| 75.8000031 | 70.1999969 | 64         | 19.5       |
| 75.8000031 | 70.3000031 | 64.5       | 19.5       |
| 75.9000015 | 70.4000015 | 64.6999969 | 19.5       |
| 75.9000015 | 70.4000015 | 64.5999985 | 19.5       |
| 75.9000015 | 70.5       | 64.1999969 | 19.6000004 |
| 75.9000015 | 70.5       | 64.5999985 | 19.5       |
| 76         | 70.5999985 | 65         | 19.6000004 |
| 76         | 70.6999969 | 65         | 19.6000004 |
| 76         | 70.8000031 | 65.8000031 | 19.6000004 |
| 76         | 70.8000031 | 65.8000031 | 19.6000004 |
| 76         | 70.8000031 | 66.0999985 | 19.6000004 |
| 76         | 70.9000015 | 66.0999985 | 19.6000004 |
| 76         | 70.9000015 | 66.0999985 | 19.6000004 |
| 76         | 71         | 66.0999985 | 19.6000004 |
| 76         | 71         | 66.0999985 | 19.6000004 |
| 76         | 71.0999985 | 65.9000015 | 19.6000004 |
| 76         | 71.1999969 | 66.1999969 | 19.7999992 |
| 76         | 71.1999969 | 66.4000015 | 19.8999996 |
| 76         | 71.4000015 | 66.4000015 | 19.8999996 |
| 76.0999985 | 71.4000015 | 66         | 20         |
| 76         | 71.5       | 66         | 20         |
| 76.0999985 | 71.5       | 66.0999985 | 20         |
| 76.0999985 | 71.5999985 | 66.4000015 | 20         |
| 76.0999985 | 71.5999985 | 66.4000015 | 20         |
| 76.0999985 | 71.5999985 | 66.4000015 | 20         |
| 76.0999985 | 71.6999969 | 66.6999969 | 20         |
| 76.0999985 | 71.6999969 | 66.6999969 | 20.1000004 |
| 76.0999985 | 71.6999969 | 66.9000015 | 20         |
| 76.0999985 | 71.8000031 | 66.8000031 | 20.1000004 |
| 76.0999985 | 71.8000031 | 66.8000031 | 20.6000004 |
| 76.0999985 | 71.8000031 | 66.8000031 | 21         |
| 76.0999985 | 71.8000031 | 66.9000015 | 21.3999996 |
| 76.0999985 | 71.9000015 | 66.9000015 | 21.7000008 |
| 76.0999985 | 71.9000015 | 67         | 21.7999992 |
| 76.0999985 | 71.9000015 | 66.8000031 | 22.2000008 |



|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 76.0999985 | 71.9000015 | 66.8000031 | 22.3999996 |
| 76.0999985 | 71.9000015 | 66.8000031 | 22.5       |
| 76.0999985 | 72.0999985 | 67.0999985 | 22.5       |
| 76.0999985 | 72.0999985 | 67.0999985 | 22.5       |
| 76.0999985 | 72.0999985 | 67.5       | 22.2999992 |
| 76.0999985 | 72.0999985 | 67.5999985 | 22.2999992 |
| 76.0999985 | 72.0999985 | 67.6999969 | 23         |
| 76.0999985 | 72.0999985 | 68.1999969 | 23.7999992 |
| 76.0999985 | 72         | 68.3000031 | 24.1000004 |
| 76.1999969 | 72         | 68.4000015 | 24.1000004 |
| 76.1999969 | 72         | 68.1999969 | 25.5       |
| 76.1999969 | 72         | 68.1999969 | 27.6000004 |
| 76.1999969 | 72         | 68.1999969 | 28.5       |
| 76.1999969 | 72         | 68.0999985 | 28.7999992 |
| 76.1999969 | 72         | 68         | 28.7999992 |
| 76.1999969 | 72         | 68.0999985 | 28.6000004 |
| 76.1999969 | 72         | 68.4000015 | 28.2999992 |
| 76.1999969 | 72         | 68.4000015 | 28.3999996 |
| 76.1999969 | 72         | 68.4000015 | 28.2999992 |
| 76.1999969 | 72         | 68.3000031 | 28.1000004 |
| 76.1999969 | 72         | 67.9000015 | 27.8999996 |
| 76.3000031 | 72         | 67.9000015 | 27.7999992 |
| 76.3000031 | 72         | 67.9000015 | 28.1000004 |
| 76.3000031 | 72         | 68.3000031 | 28.1000004 |
| 76.3000031 | 72         | 68.3000031 | 28.1000004 |
| 76.3000031 | 72         | 68.3000031 | 28         |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 68.1999969 | 27.8999996 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 68.1999969 | 27.7000008 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 68.1999969 | 27.6000004 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 68.1999969 | 27.3999996 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 68.5999985 | 27.3999996 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 68.5999985 | 27.2999992 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 68.9000015 | 27.2000008 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 69.4000015 | 27.2999992 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 69.4000015 | 27.5       |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 69.3000031 | 27.6000004 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 69.3000031 | 28         |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 69.4000015 | 28.1000004 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 69.4000015 | 27.7999992 |
| 76.3000031 | 71.9000015 | 69.5       | 28.2999992 |
| 76.4000015 | 71.9000015 | 69.5999985 | 28.6000004 |
| 76.4000015 | 71.9000015 | 69.8000031 | 28.7000008 |
| 76.4000015 | 71.8000031 | 69.8000031 | 29.3999996 |
| 76.4000015 | 71.6999969 | 69.9000015 | 30.7999992 |
| 76.4000015 | 71.4000015 | 69.9000015 | 31.2999992 |
| 76.4000015 | 71.4000015 | 70         | 31.3999996 |

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 76.4000015 | 71.1999969 | 70         | 32         |
| 76.4000015 | 71.1999969 | 70         | 33.2999992 |
| 76.4000015 | 71.0999985 | 70         | 33.7000008 |
| 76.4000015 | 71.0999985 | 70         | 33.7000008 |
| 76.4000015 | 71.0999985 | 70         | 35.7999992 |
| 76.4000015 | 71.1999969 | 70         | 37.7000008 |
| 76.4000015 | 71.4000015 | 70         | 38.9000015 |
| 76.4000015 | 71.5       | 70         | 40.5       |
| 76.4000015 | 71.5999985 | 70.0999985 | 43.9000015 |
| 76.4000015 | 71.6999969 | 70.0999985 | 45.2000008 |
| 76.4000015 | 71.8000031 | 70         | 45.5999985 |
| 76.4000015 | 71.9000015 | 70         | 48         |
| 76.4000015 | 72         | 70         | 49.2999992 |
| 76.4000015 | 72.0999985 | 70         | 50.5       |
| 76.4000015 | 72.0999985 | 70         | 50.2000008 |
| 76.4000015 | 72.1999969 | 70         | 51.5       |
| 76.4000015 | 72.3000031 | 70         | 52.0999985 |
| 76.4000015 | 72.3000031 | 69.9000015 | 53.2999992 |
| 76.4000015 | 72.3000031 | 69.8000031 | 54.9000015 |
| 76.4000015 | 72.4000015 | 69.8000031 | 56.5       |
| 76.4000015 | 72.4000015 | 69.8000031 | 58.0999985 |
| 76.4000015 | 72.5       | 69.8000031 | 58.7999992 |
| 76.4000015 | 72.5       | 69.8000031 | 59.5999985 |
| 76.4000015 | 72.5       | 69.8000031 | 60.5999985 |
| 76.4000015 | 72.5999985 | 69.8000031 | 61.0999985 |
| 76.4000015 | 72.5999985 | 69.8000031 | 61.4000015 |
| 76.4000015 | 72.5999985 | 69.9000015 | 62.2000008 |
| 76.4000015 | 72.5999985 | 69.9000015 | 62.9000015 |
| 76.4000015 | 72.5999985 | 69.9000015 | 63.5       |
| 76.4000015 | 72.5999985 | 69.9000015 | 62.7000008 |
| 76.4000015 | 72.6999969 | 69.9000015 | 63.0999985 |
| 76.4000015 | 72.6999969 | 69.9000015 | 63.9000015 |
| 76.4000015 | 72.6999969 | 70         | 63.7999992 |
| 76.4000015 | 72.6999969 | 70         | 63.9000015 |
| 76.4000015 | 72.6999969 | 69.9000015 | 64.5999985 |
| 76.4000015 | 72.8000031 | 69.9000015 | 65         |
| 76.4000015 | 72.8000031 | 69.9000015 | 65.3000031 |
| 76.4000015 | 72.8000031 | 69.9000015 | 65.5999985 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 65.9000015 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 66.1999969 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 66.4000015 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 66.5       |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 66.5999985 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 70         | 66.8000031 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 70         | 66.8000031 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 66.9000015 |

---

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 76.5       | 72.9000015 | 69.9000015 | 67         |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.0999985 |
| 76.5       | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.1999969 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.1999969 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.3000031 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.4000015 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.5       |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.5       |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.5       |
| 76.5       | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.5999985 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.6999969 |
| 76.5       | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.6999969 |
| 76.4000015 | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.6999969 |
| 76.5       | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.6999969 |
| 76.5       | 72.9000015 | 69.9000015 | 67.8000031 |
| 76.5       | 73         | 69.9000015 | 67.8000031 |
| 76.5       | 73         | 69.9000015 | 67.8000031 |
| 76.5       | 73         | 69.9000015 | 67.8000031 |
| 76.5       | 73         | 69.9000015 | 67.8000031 |
| 76.5       | 73         | 69.9000015 | 67.9000015 |
| 76.5       | 73         | 69.9000015 | 67.9000015 |
| 76.5       | 73         | 69.9000015 | 67.9000015 |
| 76.5999985 | 73         | 70         | 67.9000015 |
| 76.5999985 | 73         | 70         | 68         |
| 76.5999985 | 73         | 70         | 68         |
| 76.5999985 | 73         | 70         | 68         |
| 76.5999985 | 73         | 70         | 68         |
| 76.5       | 73         | 69.9000015 | 68         |
| 76.5       | 73         | 69.9000015 | 68         |
| 76.5       | 73.0999985 | 69.9000015 | 68         |
| 76.5       | 73.0999985 | 69.9000015 | 68         |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 69.9000015 | 68         |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 69.9000015 | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 69.9000015 | 68.0999985 |
| 76.5       | 73         | 69.9000015 | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73         | 69.9000015 | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 69.9000015 | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.0999985 | 70         | 68.0999985 |

---

---

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 76.5999985 | 73.1999969 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.1999969 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.1999969 | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.1999969 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.1999969 | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.3000031 | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.3000031 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.3000031 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.3000031 | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.3000031 | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.3000031 | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.0999985 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.3000031 | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.3000031 | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.5999985 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.6999969 | 73.5       | 70         | 68.1999969 |
| 76.6999969 | 73.3000031 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.3000031 | 70         | 68.3000031 |
| 76.5999985 | 73.1999969 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.1999969 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.1999969 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70.0999985 | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70.0999985 | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70.0999985 | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |
| 76.6999969 | 73.0999985 | 70         | 68.3000031 |

---





---

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.3000031 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.9000015 | 73.5       | 70.4000015 | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.4000015 | 68.5999985 |
| 76.9000015 | 73.5       | 70.4000015 | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.4000015 | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.4000015 | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.4000015 | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.4000015 | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5       |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.9000015 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.9000015 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5999985 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.5       | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.3000031 | 70.5       | 68.5999985 |
| 76.8000031 | 73.3000031 | 70.5999985 | 68.5999985 |

---











---

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 77.6999969 | 74         | 71.5       | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5       | 69.1999969 |
| 77.6999969 | 74         | 71.5       | 69.3000031 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5       | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5       | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5       | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5       | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5       | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5       | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5999985 | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5999985 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5999985 | 69         |
| 77.8000031 | 74         | 71.5999985 | 69         |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.5999985 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.5999985 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.5999985 | 69         |
| 77.8000031 | 74         | 71.5       | 69         |
| 77.8000031 | 74         | 71.5       | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.6999969 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.6999969 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.6999969 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.0999985 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.0999985 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.0999985 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.1999969 |

---

---

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.1999969 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74.0999985 | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.4000015 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.8000031 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |
| 77.9000015 | 74         | 71.1999969 | 69.0999985 |

---